MISSION 6E · MATHÉMATIQUES · ESPACE ET GÉOMÉTRIE · P3

Agrandir et réduire des figures en CM2 : leçon, exercices et évaluation

Mission 6e

CM2 | Difficulté ★★★ | 40 min | Objectif : Transformer une figure | Vidéoprojection

Compétence visée (programme) : Reproduire, représenter, construire des figures géométriques par agrandissement ou réduction

Nova te résume l'essentiel

- Nova te donne le code : dans un agrandissement ou une réduction, toutes les longueurs sont multipliées par le même nombre.

- La figure garde sa forme : les angles ne changent pas et les côtés qui étaient parallèles restent parallèles.
- Pour réussir, repère le coefficient puis calcule ou construis chaque nouvelle longueur avec soin.

La leçon

Même forme, taille différente

Observe une photo que l'on imprime en petit puis en grand. Les deux images peuvent avoir des tailles différentes, mais elles représentent exactement la même chose : elles ont gardé leur forme. En géométrie, on peut faire la même transformation avec une figure. Un agrandissement rend une figure plus grande sans la déformer. Une réduction rend une figure plus petite sans la déformer. La nouvelle figure et la figure de départ sont dites semblables : elles ont la même forme, mais pas forcément la même taille. Pour qu'une transformation soit correcte, il ne suffit donc pas d'allonger un côté au hasard. Toutes les longueurs doivent changer ensemble, suivant la même règle. Imagine un rectangle de 3 cm sur 5 cm. Si tu doubles seulement sa longueur et que tu gardes sa largeur, il

devient un rectangle de 3 cm sur 10 cm : sa forme a changé. Ce n'est pas l'agrandissement attendu. En revanche, si les deux mesures sont doublées, il devient un rectangle de 6 cm sur 10 cm. Ses côtés sont toujours dans les mêmes proportions : la forme est conservée.

Les mots à connaître

> La figure de départ est celle que tu connais d'abord. La figure obtenue est celle que tu construis après la transformation. Le coefficient est le nombre qui indique comment les longueurs changent. Si le coefficient est supérieur à 1, c'est un agrandissement. S'il est strictement compris entre 0 et 1 (ni égal à 0, ni égal à 1), c'est une réduction. Un coefficient égal à 1 ne changerait aucune longueur : ce ne serait pas une transformation. Un coefficient égal à 0 ferait disparaître la figure, ce qui est impossible à construire. Ces deux valeurs sont donc exclues.

Le coefficient : le nombre qui commande tout

Le coefficient est le chef d'orchestre de la transformation. Il doit être utilisé pour toutes les longueurs de la figure. Un coefficient de 2 signifie « multiplie chaque longueur par 2 ». Une longueur de 4 cm devient alors $4 \times 2 = 8$ cm. Un coefficient de 3 signifie « triple chaque longueur ». Une longueur de 2 cm devient $2 \times 3 = 6$ cm. Ces coefficients donnent des agrandissements car le

résultat est plus grand que la longueur de départ. Pour réduire une figure, tu peux utiliser un coefficient comme ½. Il signifie « prends la moitié de chaque longueur ». Ainsi, 8 cm deviennent 8 ÷ 2 = 4 cm. Un coefficient de ¼ signifie « prends le quart de chaque longueur » : 12 cm deviennent 12 ÷ 4 = 3 cm. Retrouve toujours le sens du coefficient avant de calculer. Multiplier par 2, c'est agrandir ; prendre la moitié, c'est réduire. Ne confonds pas une réduction avec une soustraction : réduire 10 cm de moitié ne signifie pas faire 10 – 2. Il faut partager 10 cm en deux parts égales, donc obtenir 5 cm.

Lire quelques coefficients simples

Coefficient	Action sur chaque longueur	Transformation	Exemple avec 6 cm
2	multiplier par 2	agrandissement	6 × 2 = 12 cm
3	multiplier par 3	agrandissement	6 × 3 = 18 cm
½	diviser par 2	réduction	6 ÷ 2 = 3 cm
¼	diviser par 4	réduction	6 ÷ 4 = 1,5 cm

Ce qui est conservé dans une transformation réussie

- Garde la même forme générale : un triangle reste un triangle et un rectangle reste un rectangle.
- Conserve tous les angles : un angle droit reste un angle droit.
- Conserve le parallélisme : si deux côtés étaient parallèles, ils le restent.
- Multiplie toutes les longueurs par le même coefficient : côtés, diagonales et distances indiquées.
- Respecte l’ordre des sommets : si tu pars du sommet A puis B puis C, retrouve les sommets correspondants dans le même ordre.

Ce qui change et ce qui ne change pas

Lors d’un agrandissement ou d’une réduction, les longueurs changent, mais certains éléments restent identiques. Les angles gardent leur ouverture. Si une figure possède deux côtés parallèles, ils restent parallèles. Si elle possède un angle droit, elle possède encore un angle droit après la transformation. En revanche, le périmètre change, car il dépend des longueurs des côtés. Si tu agrandis toutes les longueurs avec le coefficient 2, le périmètre est lui aussi multiplié par 2. Cette règle est valable parce que le périmètre est la somme des longueurs des côtés et que toutes ces longueurs sont multipliées par le même coefficient. Par exemple, un carré de côté 3 cm a un périmètre de 12 cm. Agrandi avec le coefficient 2, son côté mesure 6 cm et son périmètre mesure

24 cm. Attention : l’aire, c’est-à-dire la surface occupée, ne se calcule pas de la même façon que le périmètre. Dans les exercices de construction, concentre-toi d’abord sur les longueurs et sur la forme exacte de la figure.

Méthode pour calculer les nouvelles mesures

Lorsque les mesures de la figure sont écrites, avance dans un ordre précis. D’abord, lis la consigne et entoure le coefficient. Ensuite, décide s’il s’agit d’un agrandissement ou d’une réduction. Puis prépare un petit tableau avec les longueurs de départ et les longueurs obtenues. Calcule chaque mesure séparément. Enfin, vérifie que tu as appliqué le même coefficient partout. Supposons un triangle dont les côtés mesurent 3 cm, 4 cm et 5 cm. Avec un agrandissement de coefficient 2, tu calcules 3 × 2 = 6, 4 × 2 = 8 et 5 × 2 = 10. Le triangle obtenu a donc des côtés de 6 cm, 8 cm et 10 cm. Si tu avais trouvé 6 cm, 8 cm et 5 cm, tu saurais immédiatement qu’il y a une erreur : le dernier côté n’a pas été transformé. Pour une réduction de moitié, le même triangle aurait des côtés de 1,5 cm, 2 cm et 2,5 cm. Utilise ta règle avec précision, surtout lorsque les longueurs comprennent des demi-centimètres.

Le test rapide de Nova

Avant de tracer, choisis une longueur facile à contrôler. Si une longueur de départ mesure 4 cm et que le coefficient est 2, elle doit devenir 8 cm. Si ta figure dessinée semble plus petite ou si ce côté ne mesure pas 8 cm, arrête-toi : le coefficient n’a pas été respecté.

Construire sur un quadrillage

Le quadrillage est très utile, car chaque petit côté de carreau sert d’unité. Pour agrandir une figure de coefficient 2, chaque déplacement doit être doublé. Si, pour aller d’un sommet au suivant, tu avances de 3 carreaux vers la droite et montes de 1 carreau, tu devras avancer de 6 carreaux vers la droite et monter de 2 carreaux. Fais cela pour chaque sommet. Pour une réduction de moitié, divise chaque déplacement par 2. Il est préférable que les déplacements de départ soient des nombres pairs : 4 carreaux deviennent alors facilement 2 carreaux. Commence toujours par placer un premier sommet. Puis suis les déplacements, un par un, pour placer les autres sommets. Relie-les dans le même ordre que sur la figure de départ. Vérifie ensuite les côtés horizontaux, verticaux ou obliques. Un côté oblique ne doit pas être remplacé par un côté horizontal : son inclinaison doit être

conservée. Sur un quadrillage, compte les carreaux avec calme plutôt que de te fier seulement à ton regard.

Construire avec la règle et les instruments

Sans quadrillage, tu peux construire la figure en utilisant les longueurs calculées. Trace d'abord un côté de départ avec ta règle. Si la figure contient des angles droits, utilise l'équerre pour tracer des côtés perpendiculaires. Si certains côtés sont parallèles, utilise la règle et l'équerre pour retrouver leur direction. Pour un rectangle de 4 cm sur 2 cm agrandi avec le coefficient 3, calcule d'abord les nouvelles dimensions : 4 × 3 = 12 cm et 2 × 3 = 6 cm. Trace un segment de 12 cm. À ses extrémités, trace deux segments perpendiculaires de 6 cm, puis ferme le rectangle avec un dernier côté de 12 cm. Vérifie que les côtés opposés sont parallèles et de même longueur. Pour un triangle, trace un premier côté, puis reporte les autres longueurs avec le compas si cela est demandé. Garde des traits fins au crayon ; tu pourras gommer les traits de construction inutiles sans abîmer ton dessin.

Retrouver un coefficient inconnu

Parfois, la consigne ne donne pas le coefficient. Tu peux le découvrir en comparant deux longueurs qui se correspondent. Si un côté de 3 cm dans la figure de départ mesure 9 cm dans la figure obtenue, il a été multiplié par 3 : le coefficient est donc 3. Vérifie aussitôt avec un autre côté. Si un

côté de 5 cm devient 15 cm, cela confirme bien le coefficient 3. Pour une réduction, si 8 cm deviennent 4 cm, la longueur est divisée par 2 : le coefficient est ½. Cette recherche fonctionne seulement si tu compares des côtés correspondants, c'est-à-dire des côtés qui occupent la même place dans les deux figures. Ne compare pas n'importe quels côtés. Dans un rectangle, la longueur doit être comparée à la longueur obtenue, et la largeur à la largeur obtenue. Si les coefficients trouvés ne sont pas les mêmes pour les différents côtés, les figures ne sont pas un agrandissement ou une réduction exacte l'une de l'autre.

Attention à la déformation

> Doubler seulement la largeur d'un rectangle n'est pas un agrandissement. Pour conserver la forme, double aussi sa longueur. Une transformation est correcte uniquement si le même coefficient est appliqué à toutes les longueurs correspondantes.

Vérifier avant de rendre

Relis ton travail comme Nova vérifierait les pièces d'un robot. Première vérification : la figure est-elle plus grande pour un agrandissement, ou plus petite pour une réduction ? Deuxième vérification : chaque longueur a-t-elle été calculée avec le même coefficient ? Troisième

vérification : les angles droits, les côtés parallèles et l'ordre des sommets sont-ils respectés ? Quatrième vérification : les unités sont-elles écrites quand elles sont nécessaires ? Enfin, observe l'ensemble. Une réduction de moitié d'un carré de 8 cm de côté doit donner un carré de 4 cm de côté, pas un rectangle de 4 cm sur 8 cm. Une construction soignée t'aide à voir les erreurs. Ces réflexes seront précieux pour l'entrée en 6e : comprendre une figure, prévoir ses mesures, construire avec précision et expliquer ton raisonnement sont des compétences de géomètre.

Exemples résolus

Agrandir un rectangle

Énoncé. Un rectangle mesure 4 cm de longueur et 3 cm de largeur. Agrandis-le avec le coefficient 2.

1. Repère le coefficient 2 : chaque longueur doit être doublée.
2. Calcule la nouvelle longueur : $4 \times 2 = 8$ cm.
3. Calcule la nouvelle largeur : $3 \times 2 = 6$ cm.
4. Trace un rectangle de 8 cm sur 6 cm en utilisant ta règle et ton équerre.

Résultat : Le rectangle agrandi mesure 8 cm de longueur et 6 cm de largeur.

Réduire un triangle

Énoncé. Un triangle a trois côtés de 8 cm, 6 cm et 4 cm. Réduis-le de moitié.

1. Réduire de moitié signifie diviser chaque longueur par 2.
2. Calcule 8 ÷ 2 = 4 cm.
3. Calcule 6 ÷ 2 = 3 cm.
4. Calcule 4 ÷ 2 = 2 cm.
5. Conserve la même forme du triangle en utilisant les trois nouvelles longueurs.

Résultat : Le triangle réduit a des côtés de 4 cm, 3 cm et 2 cm.

Trouver le coefficient

Énoncé. Dans une figure, un côté de 5 cm devient un côté de 15 cm. Un autre côté de 2 cm devient 6 cm. Trouve le coefficient.

1. Compare le premier couple de côtés : 15 cm est égal à 5 × 3.
2. Compare le deuxième couple : 6 cm est égal à 2 × 3.
3. Le même nombre 3 convient aux deux côtés.
4. Comme les longueurs deviennent plus grandes, il s'agit d'un agrandissement.

Résultat : Le coefficient est 3.

Les astuces de Nova

Le mot magique : tous

Nova insiste : le coefficient s'applique à tous les côtés, pas à certains côtés seulement.

Le contrôle éclair

Choisis une mesure simple et calcule-la d'abord. Elle devient ton repère pour vérifier toute la construction.

Le quadrillage robot

Sur un quadrillage, compte les déplacements : si tu doubles, double les pas vers la droite, la gauche, le haut et le bas.

Mes exercices

1 Agrandissement ou réduction ★☆☆

Indique s'il s'agit d'un agrandissement ou d'une réduction.

1. Un segment de 3 cm devient un segment de 9 cm.

2. Un côté de 10 cm devient un côté de 5 cm.

3. Un segment de 4 cm devient un segment de 12 cm.

2 Double les longueurs ★☆☆

Calcule les longueurs obtenues avec un coefficient 2.

1. 5 cm deviennent …

2. 7 cm deviennent …

3. 2,5 cm deviennent …

3 Prends la moitié ★☆☆

Réduis chaque longueur de moitié.

1. 12 cm deviennent …

2. 8 cm deviennent …

3. 3 cm deviennent …