

Comparer et déterminer des aires en CM2 : Mission 6e

leçon, exercices et évaluation

CM2

Difficulté ★★★

 30 min

Objectif : Comparer et déterminer des aires

Fiche élève

Prénom :

Date :

Compétence visée (programme) : Comparer les aires de différentes figures planes ; déterminer des aires (pavage, quadrillage, découpage-recollement)



Nova te résume l'essentiel

- ▶ Nova te rappelle qu'une aire mesure la place occupée par une surface plane.
- ▶ Pour comparer deux aires, tu peux superposer, découper, déplacer ou compter les mêmes unités.
- ▶ Sur un quadrillage, compte les carreaux entiers puis rassemble les morceaux de carreaux.

La leçon

L'aire : la place occupée par une surface

Observe une feuille, la couverture d'un livre ou la surface d'une table : chacune occupe une certaine place. Cette place s'appelle l'aire. L'aire concerne une surface plane, c'est-à-dire une surface que tu peux dessiner sur une feuille. Un rectangle, un triangle, un disque ou une forme découpée ont une aire. Quand une figure est très étendue, son aire est grande. Quand elle occupe peu de place, son aire est petite. Attention : l'aire ne dit pas si une figure est longue, courte, fine ou épaisse. Deux figures peuvent avoir une forme très différente et pourtant avoir la même aire. Par exemple, un rectangle allongé de 6 carreaux sur 2 et un rectangle de 4 carreaux sur 3 occupent chacun 12 carreaux. Leurs contours ne sont pas les mêmes, mais la place qu'ils occupent est identique. Nova te conseille donc de ne pas juger seulement avec tes yeux : une forme qui paraît plus grande peut tromper.

Les mots importants

L'aire est la mesure de la surface occupée par une figure. L'unité d'aire est la petite surface choisie pour mesurer. Sur un quadrillage, l'unité est souvent un carreau. Paver signifie recouvrir une surface avec des unités sans trou ni chevauchement. Superposer signifie poser une figure sur une autre pour les comparer.

Comparer sans mesurer : quatre méthodes sûres

- Superpose les figures. Pose une figure sur l'autre, coin sur coin. Si elles coïncident exactement, elles ont la même aire. Si toute une figure est entièrement recouverte par l'autre et qu'il reste une partie de la seconde qui dépasse, alors la seconde a une aire plus grande. Mais si chaque figure dépasse l'autre à des endroits différents, la superposition seule ne permet pas de conclure : compare alors les parties qui dépassent de chaque côté, par exemple en les découpant, ou recouvre les deux figures avec les mêmes unités.
- Découpe puis déplace. Tu peux découper une figure en morceaux et les déplacer sans les déformer. Les morceaux occupent toujours la même place : l'aire est conservée.
- Recouvre avec les mêmes unités. Utilise des carreaux, des carrés de papier ou toute autre unité identique. La figure recouverte par le plus grand nombre d'unités a la plus grande aire.

- Compte sur un quadrillage. Compare seulement des nombres de carreaux obtenus avec des carreaux de même taille. Avec des unités différentes, les nombres ne peuvent pas être comparés directement.
- Regarde l'intérieur, pas seulement le bord. Le contour d'une figure peut être plus long sans que son aire soit plus grande. Périmètre et aire sont deux grandeurs différentes.

Pourquoi découper et recoller ne change pas l'aire

Imagine une figure composée de plusieurs carreaux. Découpe-la suivant les lignes du quadrillage, puis rapproche ou éloigne les morceaux. Tu changes la forme obtenue, mais tu n'ajoutes aucun morceau et tu n'en enlèves aucun. L'aire reste donc la même. Cette idée est très utile pour comparer des figures compliquées. Par exemple, une forme en L peut être découpée en deux rectangles. Si une autre figure est formée avec exactement les mêmes deux rectangles, les deux figures ont la même aire, même si l'une est haute et l'autre très large. Tu peux aussi déplacer un triangle découpé dans un coin d'un rectangle vers un autre endroit. Tant que les morceaux ne se chevauchent pas et qu'il ne reste pas de trou, la surface totale ne change pas. Nova dit : « Les morceaux voyagent, mais la place totale reste fidèle ! » Lorsque tu expliques ta réponse, écris par exemple : « Les deux figures ont la même aire car elles sont formées des mêmes morceaux déplacés. »

Choisir la bonne unité d'aire

Unité choisie	Ce que tu comptes	Écriture de l'aire
Un carreau de quadrillage	Le nombre de carreaux	14 carreaux
Un carré de 1 cm de côté	Le nombre de petits carrés	14 cm ²
Un carré de 1 m de côté	Le nombre de grands carrés	14 m ²

Déterminer une aire par comptage

Sur un quadrillage, commence par compter les carreaux entièrement recouverts par la figure. Ensuite, observe les morceaux de carreaux situés sur le bord. Deux demi-carreaux forment un carreau entier. Quatre quarts de carreau forment aussi un carreau entier. Rassemble donc les morceaux avant de donner ton résultat. Si une figure contient 9 carreaux entiers et 2 demi-carreaux, son aire est 10 carreaux, car 2 demi-carreaux font 1 carreau. Si elle contient 7 carreaux entiers et 4 quarts de carreau, son aire est 8 carreaux. Écris toujours l'unité après le nombre : « 10 carreaux » ou « 10 cm² ». Sans unité, on ne sait pas quelle surface a été utilisée pour mesurer. Pour une figure régulière, organise ton comptage afin de ne rien oublier. Tu peux compter ligne par ligne, colorier chaque ligne terminée, puis additionner. Avec un rectangle de 5 colonnes et 3 lignes de carreaux, compte $5 + 5 + 5$, soit 15 carreaux. Tu peux aussi faire $5 \times 3 = 15$, car chaque ligne contient le même nombre de carreaux.

Ne confonds pas aire et périmètre

Le périmètre mesure la longueur du contour d'une figure. L'aire mesure la place à l'intérieur de ce contour. Une figure peut avoir un périmètre plus grand et une aire plus petite. Par exemple, un rectangle de 8 carreaux sur 1 a une aire de 8 carreaux. Un carré de 3 carreaux sur 3 a une aire de 9 carreaux, même si tu dois mesurer son contour séparément. Pour comparer des aires, compte ou recouvre l'intérieur.

Ta méthode pas à pas sur un quadrillage

1. Repère l'unité. Lis la consigne : un petit carreau vaut-il 1 carreau ou 1 cm² ?
2. Compte les carreaux entiers. Avance par lignes ou par colonnes pour rester organisé.
3. Regroupe les morceaux. Assemble les demi-carreaux par 2 et les quarts de carreau par 4.
4. Additionne. Ajoute les carreaux entiers et les carreaux reconstitués.
5. Écris l'unité. Termine par « carreaux », « cm² » ou l'unité indiquée.
6. Vérifie. Regarde si tu as compté deux fois un même carreau ou oublié un morceau au bord.

Comparer des figures sur des quadrillages

Pour comparer deux figures dessinées sur un quadrillage, utilise exactement la même unité : les carreaux doivent avoir la même taille. Compte l'aire de chaque figure, puis compare les résultats. Si la figure A occupe

11 carreaux et la figure B occupe 13 carreaux, la figure B a la plus grande aire. Si les deux figures occupent 12 carreaux, elles ont la même aire. Tu peux écrire : $11 \text{ carreaux} < 13 \text{ carreaux}$. Quand les figures sont tracées sur deux quadrillages dont les carreaux n'ont pas la même taille, ne compare pas seulement le nombre de carreaux. Une figure recouverte par 20 petits carreaux peut avoir la même aire qu'une autre recouverte par 5 grands carreaux. Il faut alors choisir une même unité ou superposer les figures si cela est possible. La règle est donc précise : un plus grand nombre de carreaux indique une plus grande aire seulement lorsque les carreaux ont tous la même taille.

Des exemples de raisonnements

Situation	Raisonnement	Conclusion
Deux figures sont faites avec 6 mêmes pièces chacune.	Les pièces sont identiques et aucune ne manque.	Les deux figures ont la même aire.
Une figure contient 8 carreaux entiers et 2 demi-carreaux.	$2 \text{ demi-carreaux} = 1 \text{ carreau}$.	Son aire est 9 carreaux.
Une figure contient 15 petits carreaux et une autre 12 grands carreaux.	Les unités ne sont pas les mêmes.	On ne peut pas comparer les nombres seuls.

Les cas où il faut être particulièrement vigilant

Certaines figures ont des bords inclinés : elles coupent les carreaux en triangles ou en demi-carres. Ne les laisse pas de côté. Regroupe-les pour former des unités entières. Si tu vois un demi-carreau en haut et un autre demi-carreau en bas, tu peux les additionner, même s'ils ne sont pas voisins. Une figure trouée demande aussi de l'attention. Compte uniquement les carreaux réellement occupés : les carreaux du trou ne font pas partie de l'aire. Tu peux parfois calculer l'aire d'un grand rectangle, puis retirer l'aire du trou. Par exemple, un grand rectangle de 4 lignes et 5 colonnes contient 20 carreaux. S'il manque un rectangle de 2 carreaux, l'aire de la figure est $20 - 2 = 18$ carreaux. Vérifie enfin que les morceaux déplacés ne se chevauchent pas. Deux morceaux posés l'un sur l'autre ne comptent pas deux fois la même surface.

Le contrôle de Nova

Avant de rendre ton travail, pose-toi trois questions : « Ai-je compté l'intérieur de la figure ? », « Ai-je regroupé tous les demi-carres ou quarts de carreau ? », « Ai-je écrit l'unité d'aire ? » Si tu réponds oui trois fois, ton calcul est prêt pour l'entrée en 6e.

Exemples résolus

Compter des demi-carres

Énoncé. Une figure occupe 12 carreaux entiers et 6 demi-carres sur un quadrillage.

1. Compte les 12 carreaux entiers.
2. Regroupe les 6 demi-carres par paires : $6 \div 2 = 3$ carreaux entiers.
3. Additionne $12 + 3$.

Résultat : L'aire de la figure est 15 carreaux.

Comparer deux figures découpées

Énoncé. La figure A est composée d'un rectangle de 3 carreaux sur 4. La figure B est composée de deux rectangles : l'un de 3 carreaux sur 2 et l'autre de 3 carreaux sur 2.

1. Calcule l'aire de A : $3 \times 4 = 12$ carreaux.
2. Calcule l'aire du premier morceau de B : $3 \times 2 = 6$ carreaux.

3. Calcule l'aire du second morceau de B : $3 \times 2 = 6$ carreaux.
4. Additionne les morceaux de B : $6 + 6 = 12$ carreaux.
5. Compare les deux résultats.

Résultat : Les figures A et B ont la même aire : 12 carreaux.

Retirer un trou

Énoncé. Une figure est un rectangle de 6 carreaux sur 4 auquel on a retiré un carré de 2 carreaux sur 2.

1. Calcule l'aire du grand rectangle : $6 \times 4 = 24$ carreaux.
2. Calcule l'aire du carré retiré : $2 \times 2 = 4$ carreaux.
3. Retire l'aire du trou : $24 - 4 = 20$.

Résultat : L'aire de la figure est 20 carreaux.

Mes exercices

1 Distingue aire et périmètre ★★★

Choisis la grandeur qui convient.

1. La longueur du bord d'un jardin.
2. La place occupée par une affiche sur un mur.
3. La surface coloriée à l'intérieur d'un rectangle.

2 Compte les unités ★★★

Détermine l'aire de chaque figure.

1. Une figure recouvre 9 carreaux entiers.
2. Une figure recouvre 7 carreaux entiers et 2 demi-carres.
3. Une figure recouvre 10 carreaux entiers et 4 quarts de carreau.

3 Compare les aires ★★★

Écris $<$, $>$ ou $=$ entre les deux aires.

1. 12 carreaux ... 15 carreaux
2. 8 cm^2 ... 8 cm^2
3. 19 carreaux ... 17 carreaux

4 Construis une aire ★★★

Dans le cadre quadrillé, trace les figures demandées puis écris leur aire.

1. Trace un rectangle de 5 carreaux de longueur et 3 carreaux de largeur.
2. Trace un carré de 4 carreaux de côté.

5 Raisonne avec des morceaux ★★★

Détermine l'aire puis justifie ta réponse.

Une figure A est formée de 3 rectangles identiques de 2 carreaux sur 4. Une figure B est formée des mêmes 3 rectangles, placés autrement. Compare leurs aires.

.....

.....

.....

Une figure C contient 14 carreaux. On la découpe en deux morceaux puis on les éloigne sans les superposer. Son aire change-t-elle ?

.....

.....

6 Retire la partie vide ★★★

Calcule l'aire de chaque figure.

1. Un rectangle de 7 carreaux sur 4 possède un trou de 2 carreaux sur 1.
2. Un carré de 6 carreaux de côté possède un trou carré de 2 carreaux de côté.

7 Méfiance avec les unités ★★★

Réponds puis justifie avec une phrase complète.

La figure A recouvre 18 petits carreaux. La figure B recouvre 10 grands carreaux. Peut-on affirmer que A a une plus grande aire ?

La figure C et la figure D sont tracées sur le même quadrillage. C recouvre 22 carreaux et D recouvre 19 carreaux. Laquelle a la plus grande aire ?

8 Défi : organise ton calcul ★★★

Calcule l'aire et détaille les étapes de ton raisonnement.

Une figure est composée d'un rectangle de 8 carreaux sur 5 auquel on retire un rectangle de 3 carreaux sur 2 et on ajoute un rectangle de 2 carreaux sur 2.

Évaluation

Lis chaque question, calcule avec soin et écris l'unité quand elle est nécessaire.

Barème : 20 points

1. Explique avec tes mots ce qu'est l'aire d'une figure. / 3
2. Une figure occupe 11 carreaux entiers et 4 demi-carres. Détermine son aire. / 4
3. Compare 18 cm^2 et 21 cm^2 avec le bon signe. / 2
4. Un rectangle mesure 6 carreaux sur 4. Détermine son aire. / 3
5. Un rectangle de 7 carreaux sur 5 possède un trou de 2 carreaux sur 3. Détermine l'aire restante. / 4

6. La figure A est composée de 4 morceaux identiques à ceux de la figure B, mais ils sont placés autrement. Compare les aires et justifie.

/ 4

Les astuces de Nova



Le test du tapis

Imagine que tu poses des petits tapis identiques sur la figure. Plus il faut de tapis, plus l'aire est grande.



Les morceaux s'assemblent

Deux demi-carres deviennent un carreau ; quatre quarts deviennent un carreau. Nova les appelle les équipes de reconstitution.



Le mot final

Écris toujours l'unité après ton nombre : 18 carreaux n'est pas la même chose que 18 cm^2 .