MISSION 6E · MATHÉMATIQUES · GÉOMÉTRIE · P3

L’aire du cercle en CM2 : leçon, exercices et évaluation

Mission 6e

CM2 Difficulté ★★★ 40 min Objectif : Calculer l’aire d’un cercle Vidéoprojection

Compétence visée (programme) : Calculer l’aire d’un cercle

Nova te résume l'essentiel

- Nova te rappelle que l’aire mesure la surface occupée à l’intérieur d’un cercle.
- Pour calculer l’aire d’un cercle, utilise la formule : aire = π × rayon^2.
- Si tu connais le diamètre, trouve d’abord le rayon en le divisant par 2.

La leçon

Une surface ronde à mesurer

L'aire mesure la place occupée par une surface. Lorsque tu veux connaître l'aire d'un rectangle, tu mesures toute la surface qui se trouve à l'intérieur de ses côtés. Pour un cercle, c'est pareil : tu cherches la surface située à l'intérieur de la ligne ronde. Imagine une assiette, un disque de carton ou le cadran d'une horloge. Leur contour est circulaire. Si tu voulais les recouvrir entièrement de papier, la quantité de papier nécessaire correspondrait à leur aire. Ne confonds pas l'aire avec le tour du cercle : le tour se nomme le périmètre ou la circonférence. Le périmètre mesure une longueur tout autour ; l'aire mesure une surface à l'intérieur. Nova te conseille donc de poser cette question avant tout calcul : « Est-ce que je mesure le bord ou est-ce que je recouvre l'intérieur ? » Si tu recouvres l'intérieur, tu cherches une aire.

Les mots importants

Un cercle est une ligne ronde formée de tous les points placés à la même distance d'un point appelé le centre. Le disque est toute la surface à l'intérieur du cercle. Dans les problèmes, on dit souvent « aire du cercle », mais c'est bien la surface du disque que tu calcules. Le rayon est un

> segment qui va du centre au cercle. Le diamètre est un segment qui relie deux points du cercle en passant par le centre.

Reconnais les mesures utiles

Mesure	Ce qu'elle représente	Lien à retenir
Rayon	La distance du centre jusqu'au cercle	C'est la mesure utilisée directement dans la formule de l'aire.
Diamètre	La distance d'un bord à l'autre en passant par le centre	Il mesure deux rayons : diamètre = 2 × rayon.
Aire	Toute la surface intérieure	Elle s'exprime avec une unité d'aire : cm^2, m^2, mm^2.
Périmètre	Le tour du cercle	Ce n'est pas la mesure demandée pour calculer l'aire.

Du diamètre au rayon

La formule de l'aire utilise toujours le rayon. Tu dois donc vérifier la donnée de l'énoncé avant de commencer. Si l'énoncé donne le rayon, tu peux l'utiliser tout de suite. S'il donne le diamètre, transforme-le d'abord en rayon. Comme le diamètre contient deux rayons, tu calcules : rayon = diamètre ÷ 2. Par exemple, un cercle a un diamètre de 14 cm. Son rayon vaut 14 ÷ 2 = 7 cm. Un diamètre de 9 cm donne un rayon de 9 ÷ 2 = 4,5 cm. Sur un dessin, repère le centre : un segment qui part du centre vers le bord est un rayon. Un segment qui traverse le centre et rejoint les deux bords est un diamètre. Attention : une corde relie aussi deux points du cercle, mais elle ne passe pas forcément par le centre. Elle n'est donc pas toujours un diamètre. Avant de calculer, écris clairement « r = … ». Cette petite ligne évite beaucoup d'erreurs.

La formule à apprendre

- Aire du cercle = π × rayon².
- Le symbole π se lit « pi ». C'est un nombre qui commence par 3,14.
- Dans les calculs scolaires, utilise souvent π ≈ 3,14 lorsque l'énoncé le demande ou lorsqu'une valeur approchée est attendue.
- Rayon² signifie rayon × rayon. Par exemple, $6^2 = 6 \times 6 = 36$.

- Écris l’unité au carré à la fin : cm^2 se lit « centimètres carrés » et m^2 se lit « mètres carrés ».

La règle de calcul

Pour un cercle de rayon r, calcule : $A = \pi \times r^2$. Commence par calculer le carré du rayon, puis multiplie par π. Si tu remplaces π par 3,14, ton résultat est une valeur approchée. Garde les unités pendant toutes les étapes : si le rayon est en centimètres, l’aire sera en cm^2.

Une méthode en quatre étapes

Suis toujours le même chemin, comme Nova qui programme son itinéraire avant de démarrer. Étape 1 : lis ce qui est donné et note l’unité. Demande-toi si tu connais le rayon ou le diamètre. Étape 2 : si tu connais le diamètre, divise-le par 2 pour trouver le rayon. Étape 3 : calcule le carré du rayon : $r^2 = r \times r$. Ne fais pas $r \times 2$: ce calcul donnerait le diamètre, pas le carré. Étape 4 : multiplie le résultat par π, souvent remplacé par 3,14. Termine par une phrase-réponse avec l’unité d’aire. Pour un rayon de 5 cm, tu écris d’abord $5^2 = 25$. Puis $A \approx 3{,}14 \times 25 = 78{,}5$. L’aire est donc d’environ 78,5 cm^2. Le signe ≈ signifie « environ égal à ». Il rappelle que 3,14 est une approximation de π. Si un résultat comporte beaucoup de décimales, garde le nombre demandé dans l’énoncé. S’il n’y a pas

d’indication, tu peux donner une valeur approchée au centième, c’est-à-dire avec deux chiffres après la virgule.

Regarde les calculs en détail

Prenons un disque de rayon 4 cm. Son carré est $4^2 = 4 \times 4 = 16$. Son aire est donc $A \approx 3{,}14 \times 16 = 50{,}24$ cm². Il ne faut pas écrire $3{,}14 \times 4 = 12{,}56$ cm², car il manque l’étape du carré du rayon. Prenons maintenant un cercle de diamètre 12 m. Le rayon vaut $12 \div 2 = 6$ m. Ensuite, $6^2 = 36$. Enfin, $A \approx 3{,}14 \times 36 = 113{,}04$ m². Les deux exemples montrent une différence importante : dans le premier, le rayon était donné ; dans le second, il fallait le trouver. Vérifie également l’unité. Si le rayon mesure 4 cm, l’aire ne peut pas être écrite en cm seulement : une aire se mesure avec une unité carrée. Tu peux imaginer que 1 cm² est un petit carré de 1 cm de côté. Une aire de 50,24 cm² correspond à une surface qui recouvrirait un peu plus de cinquante de ces petits carrés.

Quand le rayon double

Ne pense pas que l’aire double automatiquement lorsque le rayon double. Dans la formule, le rayon est au carré. Par exemple, si le rayon passe de 3 cm à 6 cm, il est multiplié par 2. Mais $3^2 = 9$ et $6^2 = 36$: le carré est multiplié par 4. Pour des cercles, si le rayon est multiplié par 2, l’aire est

multipliée par 4. Cette règle est valable seulement lorsque l'on compare des cercles et que le rayon est exactement multiplié par 2.

Cas particuliers à connaître

Parfois, tu dois calculer l'aire d'un demi-disque. Commence par trouver l'aire du disque entier, puis divise-la par 2, car le demi-disque représente une moitié du même disque. Pour un rayon de 8 cm, l'aire du disque entier vaut environ $3{,}14 \times 8^2 = 200{,}96$ cm². L'aire du demi-disque vaut donc $200{,}96 \div 2 = 100{,}48$ cm². Pour un quart de disque, calcule l'aire du disque entier puis divise par 4. Ces divisions sont justes parce que le disque est découpé en parts égales du même disque. Dans une figure composée, lis bien la partie colorée : tu ne calcules pas toujours le disque entier. Si une zone est un disque auquel on retire un petit disque au centre, calcule les deux aires puis soustrais l'aire du petit disque à celle du grand disque. Utilise uniquement des rayons exprimés dans la même unité avant de commencer.

Le contrôle final de Nova

- Ai-je utilisé le rayon, et non le diamètre, dans la formule ?
- Ai-je calculé le carré du rayon avant de multiplier par 3,14 ?

- Ai-je écrit une unité d'aire avec le petit ² ?
- Si j'ai trouvé le rayon grâce au diamètre, ai-je bien divisé par 2 ?
- Mon résultat est-il logique : un cercle plus grand doit avoir une aire plus grande, lorsque les unités sont les mêmes ?

Le message codé de Nova

Retiens la suite : Rayon, carré, pi, unité carrée. Dis-la dans cet ordre avant chaque calcul. Elle te guide du début à la réponse et te prépare avec assurance pour l'entrée en 6e.

Exemples résolus

Un cercle dont le rayon est connu

Énoncé. Calcule l'aire approximative d'un cercle de rayon 7 cm. Utilise $\pi \approx 3{,}14$.

1. Repère le rayon : $r = 7$ cm.

2. Calcule le carré du rayon : $7^2 = 7 \times 7 = 49$.

3. Applique la formule : $A \approx 3{,}14 \times 49$.

4. Calcule : $A \approx 153{,}86$.

Résultat : L'aire du cercle est d'environ 153,86 cm^2.

Un cercle dont le diamètre est connu

Énoncé. Calcule l'aire approximative d'un cercle de diamètre 18 m. Utilise $\pi \approx 3{,}14$.

1. Le diamètre vaut 18 m. Trouve le rayon : $18 \div 2 = 9$ m.

2. Calcule le carré du rayon : $9^2 = 9 \times 9 = 81$.

3. Applique la formule : $A \approx 3{,}14 \times 81$.

4. Calcule : $A \approx 254{,}34$.

Résultat : L'aire du cercle est d'environ 254,34 m^2.

Un demi-disque

Énoncé. Calcule l'aire approximative d'un demi-disque de rayon 10 cm. Utilise $\pi \approx 3{,}14$.

1. Calcule d'abord l'aire du disque entier : $10^2 = 100$.

2. Multiplie par π : A ≈ 3,14 × 100 = 314 cm².

3. Un demi-disque représente la moitié du disque entier : 314 ÷ 2 = 157.

Résultat : L'aire du demi-disque est d'environ 157 cm².

Les astuces de Nova

Le mot de passe RCPU

Nova retient : Rayon, Carré, Pi, Unité carrée. Suis cet ordre et ton calcul restera bien rangé.

Le diamètre se coupe en deux

Si tu vois un diamètre, imagine Nova qui le coupe au centre : une moitié est le rayon.

Le petit ² compte beaucoup

Le ² transforme le rayon en rayon × rayon. Ne le saute jamais : c'est lui qui ouvre la porte de l'aire.

Mes exercices

1 Rayon ou diamètre ? ★☆☆

Indique si chaque mesure peut être utilisée directement dans la formule de l'aire.

1. La mesure donnée va du centre jusqu'au bord du cercle.

2. La mesure donnée relie deux bords du cercle en passant par le centre.

3. La mesure donnée suit tout le tour du cercle.

2 Prépare le calcul ★☆☆

Calcule chaque carré de rayon.

1. 3^2

2. 5^2

3. 8^2

3 Des aires de cercles ★☆☆

Calcule l'aire approximative de chaque cercle en utilisant $\pi \approx 3{,}14$.

1. Un cercle a un rayon de 2 cm.
2. Un cercle a un rayon de 5 cm.
3. Un cercle a un rayon de 10 m.