

Comparer des fractions en CM2 : leçon, exercices et évaluation



CM2

Difficulté ★★



40 min

Objectif : comparer des fractions

Vidéoprojection

Compétence visée (programme) : Comparer des fractions (même dénominateur, même numérateur, comparaison à 1, appui sur les diviseurs)



Nova te résume l'essentiel

- ▶ Nova te rappelle qu'une fraction indique combien de parts égales sont prises dans un même tout.
- ▶ Pour comparer des fractions, observe d'abord leurs dénominateurs et leurs numérateurs.

- ▶ Quand les fractions ne se comparent pas directement, cherche un dénominateur commun simple.

La leçon

I Comprendre ce que tu compares

Une fraction permet de dire quelle quantité est prise dans un tout partagé en parts égales. Dans la fraction $\frac{3}{5}$, le nombre 3 est le numérateur : il indique le nombre de parts prises. Le nombre 5 est le dénominateur : il indique en combien de parts égales le tout a été partagé. Pour comparer des fractions, tu cherches laquelle représente la plus grande quantité, la plus petite quantité, ou si elles représentent exactement la même quantité. Tu peux utiliser les signes $<$, $>$ et $=$. Le signe $<$ se lit « est plus petit que ». Le signe $>$ se lit « est plus grand que ». Le signe $=$ se lit « est égal à ». Avant de comparer, vérifie toujours que les fractions parlent du même tout. Par exemple, $\frac{1}{2}$ d'une petite pizza et $\frac{1}{2}$ d'une grande pizza ne représentent pas la même quantité de nourriture. En revanche, si deux tablettes identiques sont partagées, tu peux comparer leurs fractions. Imagine deux bandes identiques. La première est partagée en 4 parts égales et 3 parts sont coloriées : cela représente

$3/4$. La seconde est partagée en 4 parts égales et 1 part est coloriée : cela représente $1/4$. Les parts ont la même taille, car les deux bandes sont découpées de la même façon. Tu peux donc comparer facilement le nombre de parts coloriées. Nova te conseille de commencer par regarder les nombres du bas. S'ils sont identiques, la comparaison est rapide. S'ils sont différents, regarde ensuite les nombres du haut. Parfois, une comparaison avec 1 suffit. Dans d'autres cas, tu transformes les fractions pour obtenir le même dénominateur.

Les mots à connaître

Numérateur : nombre placé au-dessus de la barre de fraction ; il compte les parts prises.

Dénominateur : nombre placé au-dessous de la barre ; il indique le nombre total de parts égales.

Dénominateur commun : même dénominateur pour deux fractions. Fraction égale à 1 : fraction dont le numérateur et le dénominateur sont égaux, comme $5/5$ ou $8/8$.

Même dénominateur : compare les numérateurs

Deux fractions ont le même dénominateur lorsque le nombre du bas est identique. Par exemple, $2/7$ et $5/7$ ont toutes les deux le dénominateur 7. Cela signifie que les deux mêmes tous sont partagés en 7 parts égales. Chaque part a donc la même taille dans les deux fractions. Il suffit alors de

comparer le nombre de parts prises : les numérateurs. Entre $\frac{2}{7}$ et $\frac{5}{7}$, 5 est plus grand que 2. Tu écris donc $\frac{2}{7} < \frac{5}{7}$. Entre $\frac{9}{12}$ et $\frac{4}{12}$, 9 est plus grand que 4. Tu écris $\frac{9}{12} > \frac{4}{12}$. Tu peux te raconter une petite histoire : si tu prends 9 parts sur 12, tu en as plus que si tu prends seulement 4 parts sur 12. Cette méthode est valable seulement lorsque les dénominateurs sont les mêmes et que le tout est le même. Attention à ne pas comparer les nombres comme s'ils étaient isolés. Dans $\frac{3}{8}$ et $\frac{7}{8}$, ce n'est pas le 8 qui décide : il est identique dans les deux fractions. Compare donc 3 et 7. Comme 3 est plus petit que 7, $\frac{3}{8}$ est plus petit que $\frac{7}{8}$. Si les numérateurs sont eux aussi égaux, les fractions sont égales. Par exemple, $\frac{6}{10} = \frac{6}{10}$. C'est évident, mais vérifier les deux nombres évite des erreurs de lecture. Tu peux aussi utiliser un dessin. Trace deux rectangles identiques, partage chacun en 6 parts égales, puis colorie 2 parts dans le premier et 5 parts dans le second. Tu verras immédiatement que $\frac{2}{6} < \frac{5}{6}$. Le dessin est très utile si tu hésites.

Des comparaisons avec le même dénominateur

Fractions	Ce que j'observe	Conclusion
$\frac{4}{9}$ et $\frac{7}{9}$	Les deux dénominateurs sont 9 ; 4 est plus petit que 7.	$\frac{4}{9} < \frac{7}{9}$

11/15 et 6/15	Les deux dénominateurs sont 15 ; 11 est plus grand que 6.	$11/15 > 6/15$
3/20 et 3/20	Les numérateurs et les dénominateurs sont identiques.	$3/20 = 3/20$

I Même numérateur : observe la taille des parts

Deux fractions ont le même numérateur lorsque le nombre du haut est identique. Par exemple, dans $3/4$ et $3/8$, tu prends 3 parts dans les deux cas. Pourtant, ces parts n'ont pas la même taille.

Partager un même gâteau en 4 parts donne des parts plus grandes que le partager en 8 parts. Donc 3 parts sur 4 représentent davantage que 3 parts sur 8. Tu écris $3/4 > 3/8$. La règle est la suivante :

pour un même tout et un même numérateur, plus le dénominateur est grand, plus les parts sont petites. La fraction est donc plus petite. Ainsi, $5/6 > 5/10$, car des sixièmes sont plus grands que des dixièmes. De même, $1/3 > 1/7$: un tiers est plus grand qu'un septième, pour un même tout. Ne récite pas cette règle sans réfléchir. Elle ne fonctionne que si les numérateurs sont identiques.

Compare $2/5$ et $4/10$: les numérateurs ne sont pas les mêmes, donc tu ne peux pas appliquer directement cette règle. Il faudra chercher une autre méthode. Pour vérifier avec une image, dessine deux bandes de même longueur. Dans la première, colorie 3 parts sur 4. Dans la seconde, colorie 3

parts sur 8. Les 3 quarts occupent une longueur plus grande que les 3 huitièmes. Nova murmure un repère facile : « Même nombre de parts prises, mais découpage plus fin : la quantité diminue. »

Comparer une fraction à 1

- Regarde le numérateur et le dénominateur.
- Si le numérateur est plus petit que le dénominateur, la fraction est plus petite que 1. Exemple : $4/9 < 1$, car il manque des parts pour avoir les $9/9$.
- Si le numérateur est égal au dénominateur, la fraction est égale à 1. Exemple : $7/7 = 1$, car les 7 parts sur 7 sont prises.
- Si le numérateur est plus grand que le dénominateur, la fraction est plus grande que 1. Exemple : $11/6 > 1$, car $6/6$ font déjà 1 et il reste $5/6$.
- Utilise cette comparaison pour t'aider : une fraction plus petite que 1 est toujours plus petite qu'une fraction plus grande que 1.

Quand les deux nombres changent : cherche un dénominateur commun

Parfois, les fractions n'ont ni le même dénominateur ni le même numérateur. Par exemple, comment comparer $\frac{3}{4}$ et $\frac{5}{8}$? Tu ne peux pas comparer seulement 3 et 5, car les parts n'ont pas la même taille. Tu ne peux pas non plus utiliser directement la règle sur les dénominateurs, car les numérateurs sont différents. Il faut alors exprimer les deux fractions avec le même dénominateur. Pour comparer $\frac{3}{4}$ et $\frac{5}{8}$, observe que 8 est un multiple de 4 : $4 \times 2 = 8$. Transforme donc $\frac{3}{4}$ en huitièmes. Multiplie le numérateur et le dénominateur par le même nombre : $\frac{3}{4} = \frac{6}{8}$, car $3 \times 2 = 6$ et $4 \times 2 = 8$. Tu compares maintenant $\frac{6}{8}$ et $\frac{5}{8}$. Comme 6 est plus grand que 5, tu conclus que $\frac{3}{4} > \frac{5}{8}$. Prends un autre exemple : compare $\frac{2}{3}$ et $\frac{3}{6}$. Le dénominateur commun 6 est pratique, car $3 \times 2 = 6$. Transforme $\frac{2}{3}$ en $\frac{4}{6}$. Tu compares $\frac{4}{6}$ et $\frac{3}{6}$. Comme 4 est plus grand que 3, $\frac{2}{3} > \frac{3}{6}$. Tu n'as pas changé la quantité représentée : tu as seulement découpé chaque tiers en 2 parts égales. Deux tiers et quatre sixièmes correspondent à la même portion du même tout. Dans les cas simples, choisis un dénominateur commun facile à obtenir. Pour comparer $\frac{1}{2}$ et $\frac{3}{4}$, utilise 4 : $\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$, puis compare $\frac{2}{4}$ et $\frac{3}{4}$. Pour comparer $\frac{2}{5}$ et $\frac{3}{10}$, utilise 10 : $\frac{2}{5} = \frac{4}{10}$, puis compare $\frac{4}{10}$ et $\frac{3}{10}$. Écris toujours les deux multiplications : elles t'aident à ne pas transformer un seul nombre de la fraction.

| Règle pour fabriquer une fraction égale

Tu peux multiplier le numérateur et le dénominateur par un même nombre sans changer la fraction. Ainsi, $\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$, car $2 \times 2 = 4$ et $3 \times 2 = 6$. Ne multiplie jamais seulement le dénominateur ou seulement le numérateur : la quantité changerait.

| Une méthode en quatre vérifications

Quand tu vois deux fractions, avance dans cet ordre. D'abord, demande-toi si elles ont le même dénominateur. Si oui, compare les numérateurs. Ensuite, si elles ont le même numérateur, compare la taille des parts : avec le même tout, le plus petit dénominateur donne les plus grandes parts. Puis regarde si comparer à 1 peut suffire. Par exemple, pour $\frac{7}{8}$ et $\frac{9}{10}$, les deux fractions sont plus petites que 1 : cette information seule ne suffit pas, mais elle est utile. Pour $\frac{7}{8}$ et $\frac{11}{10}$, elle suffit : $\frac{7}{8} < 1$ et $\frac{11}{10} > 1$, donc $\frac{7}{8} < \frac{11}{10}$. Enfin, si aucune méthode directe ne marche, cherche un dénominateur commun. Relis toujours ta phrase mathématique à la fin. Si tu as écrit $\frac{4}{5} < \frac{3}{5}$, quelque chose ne va pas : avec le même dénominateur 5, 4 parts sont plus nombreuses que 3 parts. Nova vérifie aussi le sens du signe : la pointe du signe $<$ regarde le plus petit nombre. Dans $\frac{2}{7} <$

$6/7$, la pointe est du côté de $2/7$. Prends ton temps : comparer des fractions, c'est surtout comprendre la taille des parts et le nombre de parts prises.

Ne compare pas les deux nombres séparément

Il est faux de dire que $3/8$ est plus grand que $2/5$ uniquement parce que 3 est plus grand que 2 et 8 est plus grand que 5. Les deux nombres changent. Transforme les fractions : $3/8 = 15/40$ et $2/5 = 16/40$. Donc $3/8 < 2/5$.

Exemples résolus

Comparer des fractions de même dénominateur

Énoncé. Compare $7/12$ et $9/12$.

1. Observe les dénominateurs : ils sont tous les deux égaux à 12.
2. Les parts ont donc la même taille.
3. Compare les numérateurs : 7 est plus petit que 9.
4. Place le signe qui convient.

Résultat : $7/12 < 9/12$

Comparer deux fractions grâce à un dénominateur commun

Énoncé. Compare $3/5$ et $7/10$.

1. Les dénominateurs 5 et 10 sont différents ; les numérateurs 3 et 7 sont aussi différents.
2. Choisis 10 comme dénominateur commun, car $5 \times 2 = 10$.
3. Transforme $3/5$ en dixièmes : $3/5 = 6/10$.
4. Compare $6/10$ et $7/10$: 6 est plus petit que 7.

Résultat : $3/5 < 7/10$

Utiliser la comparaison à 1

Énoncé. Compare $8/9$ et $12/9$.

1. Dans $8/9$, le numérateur est plus petit que le dénominateur : $8/9 < 1$.
2. Dans $12/9$, le numérateur est plus grand que le dénominateur : $12/9 > 1$.

3. Toute fraction plus petite que 1 est plus petite qu'une fraction plus grande que 1.

Résultat : $8/9 < 12/9$

Les astuces de Nova



Le test des parts

Nova te souffle : si les nombres du bas sont les mêmes, compte les parts prises. Le plus grand numérateur gagne.



Le découpage fin

Nova imagine une pizza identique : plus tu la découpes en parts, plus chaque part devient petite. Cette idée aide quand les numérateurs sont les mêmes.



Le garde-fou du même nombre

Pour fabriquer une fraction égale, Nova multiplie en haut et en bas par le même nombre. Deux opérations identiques, quantité inchangée.

Mes exercices

1 Même dénominateur ★☆☆

Complète chaque comparaison avec $<$, $>$ ou $=$.

1. $\frac{3}{8} \dots \frac{6}{8}$

2. $\frac{9}{11} \dots \frac{4}{11}$

3. $\frac{5}{7} \dots \frac{5}{7}$

2 Même nombre de parts prises ★☆☆

Complète chaque comparaison avec $<$ ou $>$.

1. $\frac{2}{3} \dots \frac{2}{9}$

2. $\frac{5}{12} \dots \frac{5}{8}$

3. $\frac{1}{10} \dots \frac{1}{6}$

3 Autour de 1 ★☆☆

Indique si chaque affirmation est vraie ou fausse.

1. $7/7 = 1$.

2. $4/9 > 1$.

3. $13/8 > 1$.