Comparer des probabilités ; notion d'indépendance en CM2 : leçon, exercices et évaluation

Mission 6e

CM2 | Difficulté ★★☆ | 30 min | Objectif : Comparer des probabilités ; notion d'indépendance | Éco-encre (N&B)

Prénom : ..... **Date :** .....

Compétence visée (programme) : Comparer des probabilités dans des cas simples ; comprendre la notion d'indépendance lors de la répétition d'une même expérience (le dé ne se souvient pas du lancer précédent)

Nova te résume l'essentiel

- Nova te le rappelle : un évènement est plus probable quand il y a davantage d'issues favorables parmi les mêmes issues possibles.
- Pour comparer deux probabilités, observe les issues possibles ou écris les chances sous forme de fractions portant sur le même tout.
- Un dé ne se souvient pas de son lancer précédent : des lancers successifs sont indépendants.

La leçon

Des chances, pas des certitudes

Dans une situation de hasard, tu ne peux pas savoir à l'avance avec certitude quel résultat va arriver. Tu peux pourtant dire si un résultat a beaucoup de chances, peu de chances, ou aucune chance d'arriver. Une probabilité indique la chance qu'a un évènement de se produire. Un évènement est un résultat que tu observes ou que tu attends. Par exemple, après le lancer d'un dé ordinaire à six faces, « obtenir un nombre pair » est un évènement. Les résultats possibles sont 1, 2, 3, 4, 5 et 6. Parmi eux, 2, 4 et 6 permettent d'obtenir un nombre pair. L'évènement possède donc trois issues favorables sur six issues possibles. Nova te conseille de commencer par imaginer ou lister tous les résultats possibles : tu comprendras alors beaucoup mieux les chances de chaque évènement.

Le vocabulaire utile

Mot	Ce qu'il signifie	Exemple avec un dé
Expérience aléatoire	Action dont on ne connaît pas le résultat avant de la réaliser.	Lancer le dé.
Issue	Un résultat possible de l'expérience.	Obtenir 4.
Évènement	Un ou plusieurs résultats que l'on regarde.	Obtenir un nombre supérieur à 4.
Issue favorable	Résultat qui permet de réaliser l'évènement.	5 ou 6 pour l'évènement « supérieur à 4 ».
Issue possible	Résultat qui peut apparaître.	1, 2, 3, 4, 5 ou 6.

Certain, impossible ou possible

Certains évènements sont faciles à reconnaître. Un évènement certain arrivera à coup sûr. Avec un dé ordinaire, « obtenir un nombre inférieur à 7 » est certain, car toutes les faces portent un nombre de 1 à 6. Un évènement impossible ne peut jamais arriver. « Obtenir 8 » avec ce même dé est impossible. Entre les deux, les évènements sont simplement possibles : ils peuvent arriver, mais ils ne sont pas garantis. « Obtenir 3 » est possible. Attention : possible ne veut pas dire certain. Même si tu as obtenu 3 une fois, tu peux obtenir un autre nombre au lancer suivant. Quand tu compares deux évènements, un évènement certain est toujours plus probable qu'un évènement seulement possible, et un évènement impossible est toujours moins probable qu'un évènement possible.

Écrire une probabilité simple

> Lorsque toutes les issues ont la même chance d'apparaître, écris la probabilité ainsi : nombre d'issues favorables / nombre total d'issues possibles. Avec un dé équilibré, la probabilité d'obtenir un nombre impair est 3/6, car les issues favorables sont 1, 3 et 5. Le dé doit être équilibré : ses six faces doivent avoir la même chance d'apparaître.

Comparer des évènements dans une même expérience

Pour comparer deux probabilités dans une même expérience, compte les issues favorables à chaque évènement. Avec un dé équilibré, compare « obtenir un nombre pair » et « obtenir un nombre supérieur à 4 ». Le premier évènement a trois issues favorables : 2, 4 et 6. Le second en a deux : 5 et 6. Comme les deux évènements sont observés avec le même dé, ils reposent sur les mêmes six issues possibles. Trois issues favorables sur six représentent une chance plus grande que deux issues favorables sur six. L'évènement « nombre pair » est donc plus probable. Tu peux aussi dire qu'il est moins probable d'obtenir un nombre supérieur à 4. Si les deux évènements ont le même nombre d'issues favorables parmi les mêmes issues possibles, ils sont aussi probables.

Ta méthode pour comparer deux probabilités

- Lis exactement les deux évènements : un mot comme « pair », « rouge », « supérieur » ou « inférieur » change la réponse.
- Liste les issues possibles de l'expérience ou observe le matériel proposé.
- Repère les issues favorables au premier évènement, puis compte-les.
- Repère les issues favorables au second évènement, puis compte-les.
- Vérifie que tu compares bien des chances dans le même univers, c'est-à-dire avec le même nombre d'issues possibles.
- Conclue par une phrase complète : « L'évènement … est plus probable, moins probable ou aussi probable que l'évènement … ».

Quand les dénominateurs sont les mêmes

Une fraction peut t'aider à comparer des probabilités. Sur une roue partagée en huit secteurs égaux, tomber sur une zone bleue dans trois secteurs correspond à 3/8. Tomber sur une zone jaune dans cinq secteurs correspond à 5/8. Les dénominateurs sont identiques : dans les deux cas, le tout est la même roue découpée en huit secteurs égaux. Tu compares alors les numérateurs : 5 est plus grand que 3, donc 5/8 est plus grand que 3/8. La zone jaune est plus probable. Retiens bien la condition : pour des fractions ayant le même dénominateur et représentant le même tout, la fraction qui a le plus grand numérateur est la plus grande. Ne compare pas seulement les numérateurs si les dénominateurs sont différents.

Quand le nombre d'issues possibles change

Parfois, tu compares des fractions qui n'ont pas le même dénominateur. Imagine deux sachets. Dans le premier, il y a 1 jeton rouge parmi 2 jetons. La chance de tirer rouge est 1/2. Dans le second, il y a 1 jeton rouge parmi 4 jetons. La chance de tirer rouge est 1/4. Le numérateur est le même, mais le tout n'est pas le même. Dans le premier sachet, le jeton rouge occupe une moitié ; dans le second, il n'occupe qu'un quart. La chance 1/2 est plus grande que 1/4. La règle est valable pour un même numérateur et pour des parts d'un

même type de tout : plus le dénominateur est grand, plus les parts sont petites. Ici, une moitié est plus grande qu'un quart. Tu peux aussi dessiner deux rectangles de même taille et les partager pour vérifier.

Ne confonds pas nombre et probabilité

Le nombre écrit sur une face de dé ne donne pas sa chance d'apparaître. Avec un dé équilibré, obtenir 6 n'est pas plus probable qu'obtenir 1 : chaque face correspond à 1/6. En revanche, l'évènement « obtenir un nombre supérieur à 3 » est plus probable que « obtenir 6 », car il comprend trois issues favorables : 4, 5 et 6.

Comprendre l'indépendance

Répète maintenant une même expérience, par exemple plusieurs lancers d'un dé équilibré. Les lancers sont indépendants : le résultat d'un lancer ne change pas les chances au lancer suivant. Si tu viens d'obtenir 6, tu as encore une chance sur six d'obtenir 6 au lancer suivant. Le dé ne se souvient pas de ce qu'il a montré. Il n'essaie ni de « rattraper » un résultat, ni d'éviter de refaire le même. Après plusieurs 2, obtenir 2 reste possible avec la même probabilité qu'au début. Il peut sembler étonnant de revoir souvent un même résultat, mais le hasard n'a pas de mémoire. Pour justifier l'indépendance, explique que le dé est relancé dans les mêmes conditions et que ses six faces ont toujours les mêmes chances d'apparaître.

Distinguer une répétition d'un tirage sans remise

Toutes les situations répétées ne sont pas indépendantes. Observe un sac contenant des jetons et tire un jeton sans le remettre. Après ce tirage, le contenu du sac a changé. Les chances au second tirage peuvent donc changer : les deux tirages ne sont pas indépendants. Si tu remets le jeton dans le sac avant de tirer de nouveau, le contenu redevient le même. Les tirages peuvent alors être indépendants, à condition de mélanger et de tirer de la même manière. Pose-toi cette question : « Après le premier résultat, le matériel et les conditions sont-ils exactement les mêmes ? » Si oui, l'expérience suivante garde les mêmes chances. C'est le cas d'un dé relancé, d'une pièce relancée ou d'un jeton remis dans le sac.

Le message de Nova

Pour comparer, compte les portes ouvertes vers chaque évènement. Pour l'indépendance, imagine que Nova remet tout à zéro avant chaque essai : si rien ne change, les chances ne changent pas.

Exemples résolus

Comparer deux évènements sur un dé

Énoncé. Avec un dé équilibré, compare la probabilité d'obtenir un nombre impair et celle d'obtenir un nombre supérieur à 4.

1. Liste les nombres impairs : 1, 3 et 5. Il y a trois issues favorables.
2. Liste les nombres supérieurs à 4 : 5 et 6. Il y a deux issues favorables.
3. Les deux évènements utilisent le même dé, donc il y a six issues possibles dans les deux cas.
4. Compare 3/6 et 2/6 : 3/6 est plus grand que 2/6.

Résultat : Obtenir un nombre impair est plus probable qu'obtenir un nombre supérieur à 4.

Expliquer des lancers indépendants

Énoncé. Lina lance un dé équilibré et obtient 1. Elle pense qu'elle ne peut pas obtenir 1 au lancer suivant. A-t-elle raison ?

1. Après le premier lancer, le dé possède toujours ses six faces.
2. Au deuxième lancer, chaque face a encore la même chance d'apparaître.
3. Le résultat 1 du premier lancer ne modifie pas le dé.

Résultat : Lina n'a pas raison : elle peut encore obtenir 1, avec une probabilité de 1/6. Les lancers sont indépendants.

Comparer deux tirages de jetons

Énoncé. Dans le sachet A, il y a 1 jeton vert parmi 2 jetons. Dans le sachet B, il y a 1 jeton vert parmi 4 jetons. Dans quel sachet as-tu le plus de chances de tirer un jeton vert ?

1. Écris les probabilités : 1/2 pour le sachet A et 1/4 pour le sachet B.
2. Les numérateurs sont égaux : il y a un seul jeton vert dans chaque sachet.
3. Une moitié est plus grande qu'un quart.

Résultat : Tu as plus de chances de tirer un jeton vert dans le sachet A, car 1/2 est plus grand que 1/4.

Mes exercices

1 Certain, possible ou impossible ★☆☆

Classe chaque évènement lors du lancer d'un dé équilibré.

1. Obtenir un nombre de 1 à 6. .....
2. Obtenir 9. .....
3. Obtenir un nombre pair. .....

2 Même dé, mêmes issues possibles ★☆☆

Compare les deux évènements et complète par « plus probable », « moins probable » ou « aussi probable ».

1. Sur un dé équilibré, obtenir un nombre inférieur à 3 est … qu'obtenir un nombre supérieur à 4.
   .....
2. Sur un dé équilibré, obtenir un nombre pair est … qu'obtenir 6. .....

3 Dessine les chances ★★☆

Trace un disque dans le cadre, partage-le en 8 secteurs égaux, colorie 3 secteurs en bleu et 5 secteurs en jaune, puis compare les deux couleurs.

1. Indique quelle couleur est la plus probable lorsque tu fais tourner une flèche sur cette roue.
   .....

4 Écris et compare ★★☆

Écris la probabilité de chaque évènement sous forme de fraction, puis compare-les.

1. Dans un sac, il y a 2 jetons rouges et 6 jetons bleus. Compare la probabilité de tirer un jeton rouge et celle de tirer un jeton bleu. .....
2. Compare 1/2 et 1/4 dans deux sachets contenant chacun un seul jeton vert. .....

5 Le hasard a-t-il une mémoire ? ★★☆

Indique si chaque affirmation est vraie ou fausse, puis lis la correction.

1. Après avoir obtenu 5 avec un dé équilibré, il est impossible d'obtenir encore 5.
   .....
2. Si un jeton est remis dans le sac après chaque tirage, les chances peuvent rester les mêmes.
   .....
3. Sans remettre un jeton dans le sac, le premier tirage peut modifier les chances au second tirage.
   .....

6 Explique ton choix ★★★

Justifie quelle carte a le plus de chances d'être tirée.

Dans une boîte, il y a 4 cartes étoile et 3 cartes lune. Compare la chance de tirer une étoile et celle de tirer une lune.

7 Avec ou sans remise ★★★

Explique si les deux tirages sont indépendants.

Tu tires un jeton dans un sac, tu le regardes, puis tu le remets dans le sac avant de tirer de nouveau.

Tu tires un jeton dans un sac et tu le gardes hors du sac avant de tirer de nouveau.

Évaluation

Réponds avec soin et justifie lorsque cela est demandé.

Barème : 20 points

1. Avec un dé équilibré, écris la probabilité d'obtenir un nombre supérieur à 4. ..... / 3
2. Avec un dé équilibré, compare la probabilité d'obtenir un nombre pair et celle d'obtenir un nombre inférieur à 3. ..... / 3
3. Dans un sac, il y a 1 jeton rouge parmi 4 jetons. Écris la probabilité de tirer rouge. ..... / 2
4. Compare 1/2 et 1/4 dans deux sachets contenant chacun un seul jeton vert. ..... / 3
5. Après avoir obtenu 6 au lancer d'un dé équilibré, quelle est la probabilité d'obtenir 6 au lancer suivant ? Justifie. ..... / 3
6. Un jeton est tiré puis non remis dans un sac. Les tirages suivants sont-ils indépendants ? Justifie. ..... / 3
7. Avec un dé équilibré, l'évènement « obtenir 8 » est-il certain, possible ou impossible ? ..... / 3

Les astuces de Nova

Le compteur d'issues
Nova compte les issues favorables, pas les nombres écrits en grand. Davantage d'issues favorables parmi le même total, c'est davantage de chances.

Le dé sans mémoire
Imagine que Nova efface l'écran du dé après chaque lancer : aucun ancien résultat ne peut changer le suivant.

Le test du matériel
Demande-toi : « Ai-je remis le jeton ? » Si le matériel a changé, les chances peuvent avoir changé aussi.

Pour aller plus loin sur exercices-cm2.fr

- **Toutes les fiches de Mathématiques CM2** · /mathematiques/
- **La division euclidienne posée en CM2** · /mathematiques/calcul-pose/division-cm2/
- **La multiplication posée d'un nombre décimal en CM2** · /mathematiques/calcul-pose/multiplication-cm2/