Encadrer une fraction entre deux entiers : leçon, exercices et évaluation

Mission 6e

CM2 | Difficulté ★★☆ | 40 min | Objectif : Encadrer une fraction | Éco-encre (N&B)

Prénom : .....

Date : .....

Compétence visée (programme) : Encadrer une fraction entre deux nombres entiers consécutifs

Nova te résume l'essentiel

- Nova te rappelle qu'encadrer une fraction, c'est trouver les deux entiers entre lesquels elle se place.
- Pour savoir où se trouve une fraction, décompose-la en entiers et en fraction restante.
- Si la fraction restante est inférieure à 1, le nombre est placé avant l'entier suivant.

La leçon

Comprendre ce que signifie encadrer

Encadrer une fraction entre deux entiers consécutifs consiste à trouver deux nombres entiers qui se suivent et entre lesquels se situe cette fraction. Les entiers consécutifs sont des voisins dans la suite des nombres : 2 et 3, puis 3 et 4, par exemple. Quand tu écris 2 < 7/3 < 3, tu affirmes que 7/3 est plus grand que 2 et plus petit que 3. Les signes < se lisent « est plus petit que ». La fraction 7/3 est donc encadrée par les entiers 2 et 3. Attention : on ne cherche pas deux nombres entiers éloignés. L'encadrement demandé doit utiliser les deux entiers les plus proches autour de la fraction. Ainsi, même si 1 < 7/3 < 4 est vrai, cet encadrement ne répond pas à la consigne, car 1 et 4 ne sont pas consécutifs. Imagine une droite graduée : les entiers sont des repères. Une fraction peut tomber exactement sur un repère ou entre deux repères. Ton travail consiste à repérer sa place avec précision.

Les mots à connaître

Dans la fraction 11/4, le nombre 11 est le numérateur : il indique combien de quarts sont pris. Le nombre 4 est le dénominateur : il indique que l'unité est partagée en 4 parts égales. Une fraction égale à 4/4 vaut 1 entier, car les 4 quarts forment une unité complète.

Transformer des parts en entiers

La méthode la plus sûre consiste à former des groupes complets ayant autant de parts que le dénominateur. Avec des cinquièmes, 5/5 font 1 entier. Avec des demis, 2/2 font 1 entier. Avec des huitièmes, 8/8 font 1 entier. Pour encadrer 13/5, cherche combien de groupes de 5 sont contenus dans 13. Tu peux prendre 10/5, car 10/5 = 2. Il reste 3/5. Tu écris donc 13/5 = 10/5 + 3/5 = 2 + 3/5. La fraction 3/5 est positive et elle est inférieure à 1, car son numérateur est plus petit que son dénominateur. Ainsi, 13/5 est plus grand que 2, mais plus petit que 3 : 2 < 13/5 < 3. La décomposition te permet de justifier ton encadrement. Elle est plus utile qu'une réponse donnée au hasard, car elle montre clairement les entiers complets et les parts restantes.

La méthode de Nova en quatre actions

- Observe le dénominateur : c'est le nombre de parts nécessaires pour former 1 entier.
- Cherche dans le numérateur le plus grand multiple du dénominateur qui ne le dépasse pas.

- Décompose la fraction en un ou plusieurs entiers, puis en une fraction restante.
- Écris l'encadrement avec les deux entiers voisins et vérifie que ces entiers se suivent.

Des décompositions qui aident à encadrer

Fraction	Décomposition	Encadrement
9/4	9/4 = 8/4 + 1/4 = 2 + 1/4	2 < 9/4 < 3
17/6	17/6 = 12/6 + 5/6 = 2 + 5/6	2 < 17/6 < 3
22/7	22/7 = 21/7 + 1/7 = 3 + 1/7	3 < 22/7 < 4
31/10	31/10 = 30/10 + 1/10 = 3 + 1/10	3 < 31/10 < 4

Utiliser les fractions égales à des entiers

Tu peux aussi encadrer une fraction en écrivant les entiers avec le même dénominateur. Pour encadrer 14/5, regarde les multiples de 5 : 10/5 vaut 2 et 15/5 vaut 3. Comme 10 est plus petit que 14 et que 14 est plus petit que 15, tu peux écrire 10/5 < 14/5 < 15/5. Puis remplace les fractions entières : 2 < 14/5 < 3. Cette méthode fonctionne parce que les trois fractions ont le même dénominateur, 5. Lorsque les dénominateurs sont les mêmes et positifs, la fraction qui a le plus grand numérateur est la plus grande. Les parts comparées ont alors exactement la même taille. Avec 11/8, tu repères 8/8 = 1 et 16/8 = 2. Comme 8/8 < 11/8 < 16/8, tu obtiens 1 < 11/8 < 2. Tu peux choisir cette méthode si les multiples du dénominateur te viennent facilement.

La règle importante pour la fraction restante

> Si une fraction est écrite sous la forme « entier + fraction restante », et si cette fraction restante a un numérateur positif plus petit que son dénominateur, alors elle est comprise entre 0 et 1. Par exemple, 4 + 2/9 est compris entre 4 et 5, car 0 < 2/9 < 1.

Les cas où la fraction tombe sur un entier

Parfois, il ne reste aucune part après avoir formé les entiers. La fraction est alors égale à un entier. Par exemple, 18/6 = 3, car 18 contient exactement trois groupes de 6. On peut écrire 2 < 18/6 < 4, mais 2 et 4 ne sont pas consécutifs. Pour donner un encadrement avec des entiers consécutifs, tu peux écrire 2 < 18/6 ≤ 3 ou 3 ≤ 18/6 < 4, selon le signe demandé par ton enseignant. Si l'on demande seulement de situer la fraction, écris simplement 18/6 = 3. Retrouve ce cas en vérifiant la division : si le numérateur est un multiple du dénominateur, la fraction vaut un entier. Ainsi, 20/4 = 5, 27/9 = 3 et 35/7 = 5. Ne force pas une fraction égale à un entier à se placer strictement entre deux entiers : elle est exactement sur un repère de la droite graduée.

Lire une droite graduée sans te tromper

Sur une droite graduée, chaque intervalle entre deux entiers peut être partagé en parts égales. Si l'intervalle entre 2 et 3 est partagé en 4 parts égales, les graduations correspondent à 2 + 1/4, 2 + 2/4 et 2 + 3/4. Le point placé à 2 + 3/4 représente 11/4, car 2 = 8/4 et 8/4 + 3/4 = 11/4. Il est donc compris entre 2 et 3. Pour placer 7/2, avance de deux demis pour faire 1 entier, puis encore deux demis pour faire le deuxième entier, puis un demi : 7/2 = 3 + 1/2. Le point se place entre 3 et 4, exactement au milieu. Une droite graduée est une preuve visuelle : elle confirme la décomposition et t'aide à vérifier si ton résultat est raisonnable.

Évite deux pièges

> Ne compare pas seulement les numérateurs quand les dénominateurs sont différents : 5/6 et 5/8 n'ont pas des parts de même taille. De même, ne confonds pas 13/4 avec 13 + 4 : une barre de fraction signifie une division en parts égales. Décompose toujours la fraction pour connaître sa valeur.

Rédiger une justification claire

Quand tu dois justifier, écris une décomposition puis une phrase courte. Pour 19/5, tu peux rédiger : « 19/5 = 15/5 + 4/5 = 3 + 4/5. Comme 0 < 4/5 < 1, alors 3 < 19/5 < 4. » Cette justification montre toutes les étapes utiles. Pour 25/8, écris : « 25/8 = 24/8 + 1/8 = 3 + 1/8. Comme 1/8 est compris entre 0 et 1, 25/8 est compris

entre 3 et 4. » Relis enfin ton encadrement : le plus petit entier doit être à gauche, la fraction au milieu et l'entier suivant à droite. Nova te conseille de dire mentalement la phrase complète : « Ma fraction vaut un peu plus que..., mais moins que... ». Cette vérification finale est rapide et elle évite d'inverser les signes.

Exemples résolus

Encadrer 16/7

Énoncé. Encadre 16/7 entre deux entiers consécutifs.

1. Cherche les groupes de 7 dans 16 : 14 est le plus grand multiple de 7 inférieur à 16.
2. Décompose : 16/7 = 14/7 + 2/7 = 2 + 2/7.
3. Comme 0 < 2/7 < 1, la fraction est plus grande que 2 et plus petite que 3.

Résultat : 2 < 16/7 < 3

Encadrer 29/6

Énoncé. Encadre 29/6 entre deux entiers consécutifs et justifie.

1. Repère les multiples de 6 : 24 et 30 entourent 29.
2. Écris : 24/6 < 29/6 < 30/6.
3. Remplace les fractions entières : 4 < 29/6 < 5.
4. Tu peux aussi justifier par la décomposition : 29/6 = 4 + 5/6.

Résultat : 4 < 29/6 < 5

Reconnaître une fraction entière

Énoncé. Situe 24/8.

1. Partage 24 en groupes de 8 : il y a exactement 3 groupes.
2. Écris : 24/8 = 3.
3. La fraction est exactement égale à l'entier 3.

Résultat : 24/8 = 3

Mes exercices

1 Repère les voisins ⭐ ★☆☆

Complète chaque encadrement avec les deux entiers consécutifs.

1. … < 5/2 < … .....

2. … < 11/4 < … .....

3. … < 13/3 < … .....

2 Choisis le bon encadrement ⭐ ★☆☆

Coche le bon encadrement.

1. Pour 14/6 : a) 1 < 14/6 < 2 ; b) 2 < 14/6 < 3 ; c) 3 < 14/6 < 4

2. Pour 23/5 : a) 3 < 23/5 < 4 ; b) 4 < 23/5 < 5 ; c) 5 < 23/5 < 6

3 Décompose et encadre ⭐⭐ ★★☆

Décompose chaque fraction, puis encadre-la entre deux entiers consécutifs.

1. 19/4 .....

2. 26/7 .....

3. 38/9 .....

4 Vérifie les affirmations ⭐⭐ ★★☆

Indique si chaque affirmation est vraie ou fausse, puis corrige celles qui sont fausses.

1. 3 < 17/5 < 4 .....

2. 5 < 21/4 < 6 .....

3. 2 < 18/5 < 3 .....

5 Place des fractions sur une droite ⭐⭐ ★★☆

Trace une droite graduée de 0 à 4. Partage chaque unité en quarts, puis place les points A = 5/4, B = 11/4 et C = 15/4. Écris l'encadrement de chaque fraction.

1. Point A = 5/4 .....

2. Point B = 11/4 .....

3. Point C = 15/4 .....

6 Justifie avec soin ⭐⭐⭐ ★★★

Encadre chaque fraction et justifie par une décomposition.

34/8

.....

.....

47/10

7 Distingue les fractions entières ⭐⭐⭐ ★★★

Indique si chaque fraction est exactement égale à un entier. Sinon, encadre-la entre deux entiers consécutifs.

1. 28/7 .....

2. 29/7 .....

3. 32/8 .....

Évaluation

Réponds avec soin. Écris les décompositions demandées et vérifie que les entiers de tes encadrements sont consécutifs.

Barème : 20 points

1. Encadre 9/4 entre deux entiers consécutifs. ..... / 3

2. Décompose 17/5, puis encadre cette fraction. ..... / 4

3. Encadre 35/8 entre deux entiers consécutifs. ..... / 3

4. Explique pourquoi 26/6 est compris entre 4 et 5. ..... / 4

5. Situe 27/9. ..... / 3

6. Encadre 52/11 entre deux entiers consécutifs et justifie. ..... / 3

Les astuces de Nova

Le paquet complet
Imagine que le dénominateur indique la taille d'un paquet : 6 sixièmes font un entier. Compte les paquets complets avant de regarder les parts qui restent.

Le reste te guide
S'il reste une fraction comme 3/8, tu sais qu'elle est entre 0 et 1. Ton nombre se trouve donc entre l'entier déjà formé et l'entier suivant.

Les voisins seulement
Pour un encadrement entre entiers consécutifs, choisis toujours deux voisins : 4 et 5, jamais 4 et 6.

Pour aller plus loin sur exercices-cm2.fr

- **Toutes les fiches de Mathématiques CM2** · /mathematiques/
- **Lire, écrire et interpréter les nombres décimaux jusqu'aux millièmes en CM2** · /mathematiques/nombres-decimaux/nombres-decimaux-cm2/
- **La division euclidienne posée en CM2** · /mathematiques/calcul-pose/division-cm2/