Expérience aléatoire en deux étapes, tableaux et arbres en CM2 : leçon, exercices et évaluation

Mission 6e

CM2 | Difficulté ★★★ | 30 min | Objectif : Expérience aléatoire en deux étapes : tableaux et arbres

Fiche élève

Prénom : .....

Date : .....

Compétence visée (programme) : Dans des situations d'équiprobabilité, recenser toutes les issues d'une expérience aléatoire en deux étapes dans un tableau à double entrée ou un arbre afin de déterminer des probabilités

Nova te résume l'essentiel

- Nova te rappelle qu'une expérience aléatoire est une situation dont on ne connaît pas le résultat avant de la réaliser.
- Quand une expérience comporte deux étapes, représente toutes les issues avec un arbre ou un tableau à double entrée.
- Si toutes les issues ont la même chance d'arriver, calcule une probabilité en comparant les issues favorables avec le nombre total d'issues.

La leçon

Une expérience dont le résultat est incertain

Une expérience aléatoire est une action dont tu ne peux pas prévoir le résultat avec certitude avant de la faire. Lancer une pièce, tirer une bille sans regarder ou faire tourner une roue sont des expériences aléatoires. Tu peux connaître les résultats possibles, mais tu ne sais pas lequel va arriver. Par exemple, avec une pièce ayant un côté Pile et un côté Face, les deux résultats possibles sont Pile et Face. On les appelle les issues de l'expérience. Une issue est donc un résultat possible. Lorsque tu lances la pièce une seule fois, tu as une étape. Lorsque tu la lances deux fois de suite, tu as deux étapes : le premier lancer, puis le deuxième lancer. Une issue complète doit alors indiquer les deux résultats, dans l'ordre. Pile puis Face est différent de Face puis Pile, car le premier résultat n'est pas le même.

Les mots à connaître

Une étape est une action dans l'expérience. Une issue est un résultat possible. Un évènement est un groupe d'issues qui répondent à une question, par exemple : « obtenir au moins une fois Pile ». Des issues sont équiprobables lorsqu'elles ont toutes la même chance de se produire.

Deux étapes : garde l'ordre des résultats

Observe deux lancers d'une pièce. Au premier lancer, tu peux obtenir Pile ou Face. Pour chacun de ces résultats, le deuxième lancer peut encore donner Pile ou Face. Les issues complètes sont donc : Pile puis Pile, Pile puis Face, Face puis Pile et Face puis Face. Il y en a quatre. Écris toujours les résultats dans l'ordre des étapes. Pour t'aider, tu peux utiliser des parenthèses : (Pile ; Face) signifie Pile au premier lancer et Face au deuxième lancer. Ne mélange pas (Pile ; Face) et (Face ; Pile) : ce sont deux issues différentes. Cette attention

est importante, car chaque issue complète compte lorsque tu calcules une probabilité. Nova te conseille de dire les résultats à voix basse : « premier lancer..., deuxième lancer... ». Cela t'aide à ne pas en oublier.

La méthode de Nova pour ne rien oublier

- Repère les deux étapes et écris ce qui se passe en premier, puis en deuxième.
- Liste les résultats possibles de la première étape.
- Pour chaque résultat de la première étape, ajoute tous les résultats possibles de la deuxième étape.
- Lis chaque chemin ou chaque case comme une issue complète.
- Compte toutes les issues complètes avant de chercher celles qui répondent à la question.

Représente avec un arbre

Un arbre des possibilités montre les choix successifs sous forme de branches. Il est particulièrement pratique lorsque tu veux suivre l'ordre des étapes. Commence à gauche par le départ. Trace une branche pour chaque résultat possible de la première étape. Puis, à partir de l'extrémité de chaque branche, trace les branches de la deuxième étape. Chaque chemin complet, du départ jusqu'à une extrémité, représente une issue. Avec une pièce lancée deux fois, tu traces d'abord deux branches : Pile et Face. Depuis la branche Pile, tu traces Pile et Face. Depuis la branche Face, tu traces aussi Pile et Face. Tu lis alors quatre chemins : (Pile ; Pile), (Pile ; Face), (Face ; Pile) et (Face ; Face). Dans un arbre, les branches du deuxième niveau doivent partir de chacune des branches du premier niveau. Si tu oublies de recommencer les possibilités au deuxième niveau, ton arbre est incomplet.

Arbre lu sous forme de liste

Premier lancer	Deuxième lancer	Issue complète
Pile	Pile	(Pile ; Pile)
Pile	Face	(Pile ; Face)
Face	Pile	(Face ; Pile)
Face	Face	(Face ; Face)

Représente avec un tableau à double entrée

Le tableau à double entrée est une autre façon de recenser les issues. Il est très utile quand les deux étapes proposent les mêmes résultats, ou quand tu veux compter rapidement. Place les résultats de la première étape en haut du tableau. Place les résultats de la deuxième étape dans la première colonne. Chaque case correspond à une combinaison. Avec deux lancers de pièce, écris Pile et Face en haut, puis Pile et Face à gauche. Dans chaque case, écris l'issue complète. À l'intersection de la ligne Face et de la colonne Pile, tu écris (Pile ; Face) si les colonnes indiquent le premier lancer et les lignes le deuxième lancer. Lis bien les titres : ils t'indiquent l'ordre. Un tableau est correct seulement si chaque ligne et chaque colonne sont remplies. Une case vide signifie souvent qu'une issue a été oubliée.

Tableau des deux lancers d'une pièce

Deuxième lancer / Premier lancer	Pile	Face
Pile	(Pile ; Pile)	(Face ; Pile)
Face	(Pile ; Face)	(Face ; Face)

Tableau et arbre donnent les mêmes issues

L'arbre et le tableau sont deux représentations de la même expérience. Tu dois trouver le même nombre d'issues complètes avec les deux outils. Vérifie toujours que l'ordre choisi dans les titres du tableau correspond à ce que tu écris dans les cases.

Compte les issues quand les choix ne sont pas les mêmes

Les deux étapes ne proposent pas toujours le même nombre de résultats. Imagine une roue avec trois couleurs, rouge, bleu et vert, puis le lancer d'une pièce. La première étape offre trois résultats possibles. La deuxième étape offre deux résultats possibles. Pour chaque couleur, il existe deux suites possibles : avec Pile ou avec Face. Tu obtiens donc six issues : (rouge ; Pile), (rouge ; Face), (bleu ; Pile), (bleu ; Face), (vert ; Pile) et (vert ; Face). Tu peux les compter dans un arbre ou dans un tableau de trois colonnes et deux lignes. Quand chaque résultat de la première étape peut être associé à chaque résultat de la deuxième étape, tu peux multiplier le nombre de possibilités : 3 × 2 = 6. Cette multiplication sert seulement à compter les issues lorsque toutes les associations sont possibles.

Trouve une probabilité dans une situation d'équiprobabilité

Une probabilité indique la chance qu'un évènement se produise. Ici, tu peux utiliser une fraction lorsque les issues complètes sont équiprobables, c'est-à-dire lorsqu'elles ont toutes la même chance d'arriver. La règle est alors : probabilité = nombre d'issues favorables / nombre total d'issues. Les issues favorables sont celles qui répondent à la question. Avec deux lancers de pièce, cherche la probabilité d'obtenir exactement une fois Pile. Les quatre issues sont équiprobables. Deux issues conviennent : (Pile ; Face) et (Face ; Pile). La probabilité est donc 2/4, ce qui est égal à 1/2. Cherche maintenant la probabilité d'obtenir deux fois Face. Une seule issue convient : (Face ; Face). La probabilité est 1/4. Écris d'abord toutes les issues : tu évites ainsi de choisir une fraction au hasard.

Une règle valable sous une condition

> Utilise la fraction « issues favorables / issues possibles » seulement si toutes les issues complètes ont la même chance d'arriver. Par exemple, deux lancers d'une pièce équilibrée donnent des issues équiprobables. Si une roue a des secteurs de tailles différentes, ses couleurs n'ont pas forcément la même chance d'être obtenues.

Des évènements différents avec les mêmes issues

Avec les deux lancers de pièce, tu peux répondre à plusieurs questions à partir du même arbre. L'évènement « obtenir au moins une fois Face » comprend (Pile ; Face), (Face ; Pile) et (Face ; Face). Il y a trois issues favorables sur quatre : la probabilité est 3/4. L'expression au moins une fois signifie une fois ou davantage. Elle inclut donc deux fois Face. L'évènement « ne jamais obtenir Face » ne garde que (Pile ; Pile), soit 1/4. Attention aux mots de la question. « Exactement une fois » ne signifie pas « au moins une fois ». Exactement une fois Pile correspond à deux issues, tandis qu'au moins une fois Pile correspond à trois issues. Entoure les issues favorables sur ton arbre ou dans ton tableau avant de les compter.

Vérifie ton travail avant de répondre

- As-tu indiqué les deux étapes dans le bon ordre ?
- As-tu recensé chaque issue une seule fois ?
- As-tu compté toutes les issues complètes ?
- As-tu sélectionné seulement les issues qui répondent à l'évènement demandé ?
- Les issues sont-elles équiprobables avant d'écrire une probabilité sous forme de fraction ?

Choisis l'outil qui t'aide le mieux

Choisis l'arbre si tu veux voir les actions se dérouler l'une après l'autre. Il est aussi très pratique lorsque la deuxième étape dépend de la première, car tu peux montrer des branches différentes. Choisis le tableau à double entrée si les résultats des deux étapes se croisent facilement. Par exemple, pour une couleur puis une forme, le tableau permet de repérer rapidement toutes les combinaisons. Dans les deux cas, le but est le même : n'oublier aucune issue et ne compter aucune issue deux fois. Nova prépare ton entrée en 6e : prends l'habitude d'écrire une représentation propre, puis de montrer les issues favorables. Ton raisonnement sera clair, et ta fraction de probabilité sera facile à vérifier.

Exemples résolus

Deux lancers d'une pièce

Énoncé. Une pièce équilibrée est lancée deux fois. Quelle est la probabilité d'obtenir exactement une fois Face ?

1. Écris les issues : (Pile ; Pile), (Pile ; Face), (Face ; Pile) et (Face ; Face).
2. Repère les issues avec exactement une fois Face : (Pile ; Face) et (Face ; Pile).
3. Compte 2 issues favorables sur 4 issues équiprobables.
4. Écris la fraction 2/4, puis simplifie-la en 1/2.

Résultat : La probabilité d'obtenir exactement une fois Face est 1/2.

Une roue puis une pièce

Énoncé. Une roue équilibrée comporte trois secteurs égaux : rouge, bleu et vert. Tu la fais tourner puis tu lances une pièce équilibrée. Quelle est la probabilité d'obtenir la couleur bleu ?

1. Construis les six issues : chaque couleur peut être suivie de Pile ou de Face.
2. Repère les issues favorables : (bleu ; Pile) et (bleu ; Face).
3. Compte 2 issues favorables sur 6 issues équiprobables.
4. Écris 2/6, puis simplifie-la en 1/3.

Résultat : La probabilité d'obtenir bleu est 1/3.

Au moins une fois Pile

Énoncé. Une pièce équilibrée est lancée deux fois. Quelle est la probabilité d'obtenir au moins une fois Pile ?

1. Recense les 4 issues possibles.
2. « Au moins une fois Pile » signifie une fois Pile ou deux fois Pile.
3. Garde (Pile ; Pile), (Pile ; Face) et (Face ; Pile).
4. Compte 3 issues favorables sur 4 issues équiprobables.

Résultat : La probabilité d'obtenir au moins une fois Pile est 3/4.

Mes exercices

1 Les issues de deux lancers ★☆☆

Complète la liste des issues obtenues en lançant une pièce équilibrée deux fois.

1. (Pile ; Pile), (Pile ; Face), … , … .....

2 Compte toutes les possibilités ★☆☆

Indique le nombre total d'issues pour chaque expérience.

1. Une roue a 3 couleurs équiprobables, puis une pièce est lancée. .....
2. Tu choisis une lettre parmi A et B, puis un nombre parmi 1, 2 et 3. .....

3 L'ordre compte ★☆☆

Réponds par vrai ou faux.

1. Après deux lancers, (Pile ; Face) et (Face ; Pile) sont la même issue. .....
2. Un arbre permet de représenter des résultats qui se succèdent. .....

4 Complète un tableau à double entrée ★★☆

Complète les cases manquantes du tableau mentalement décrit : tu choisis une couleur rouge ou bleu, puis une forme cercle ou carré.

1. Écris les 4 issues complètes dans un tableau à 2 colonnes et 2 lignes. .....

5 Trace un arbre des possibilités ★★☆

Trace dans le cadre un arbre pour deux lancers d'une pièce équilibrée et écris les 4 issues au bout des branches.

1. Représente les deux lancers avec des branches portant les mots Pile et Face.
.....

6 Choisis les issues favorables ★★☆

Calcule chaque probabilité après avoir recensé les issues de deux lancers d'une pièce équilibrée.

1. Obtenir deux fois Pile. .....
2. Obtenir exactement une fois Face. .....
3. Ne jamais obtenir Pile. .....

7 Roue et pièce ★★★

Résous le problème en écrivant les issues, puis la probabilité demandée.

Une roue équilibrée a 3 secteurs égaux : rouge, jaune et vert. Tu fais tourner la roue, puis tu lances une pièce équilibrée. Quelle est la probabilité d'obtenir vert puis Face ? Justifie.

8 Lis précisément la question ★★★

Réponds et justifie avec les issues favorables.

Une pièce équilibrée est lancée deux fois. Quelle est la probabilité d'obtenir au moins une fois Face ? Justifie.

Évaluation

Lis chaque situation, représente les issues si nécessaire et réponds avec soin.

Barème : 20 points

1. Écris toutes les issues de deux lancers d'une pièce équilibrée. ..... / 3
2. Indique le nombre d'issues lorsqu'on choisit une couleur parmi rouge, bleu, vert, puis un nombre parmi 1 et 2. ..... / 2
3. Une pièce équilibrée est lancée deux fois. Donne la probabilité d'obtenir exactement une fois Pile. ..... / 3
4. Une pièce équilibrée est lancée deux fois. Donne la probabilité d'obtenir au moins une fois Face. ..... / 3
5. Trace un arbre représentant une roue à deux couleurs équiprobables, jaune et violet, suivie d'un lancer de pièce. ..... / 4
6. Une roue équilibrée comporte 3 couleurs égales : rouge, bleu et vert. Elle est suivie d'un lancer de pièce équilibrée. Quelle est la probabilité d'obtenir rouge ? Explique. ..... / 5

Les astuces de Nova

Le chemin complet
Nova dit : un chemin qui ne va pas jusqu'au bout n'est pas une issue. Dans un arbre, suis toujours une branche du départ jusqu'à la fin.

La case unique
Dans un tableau, une case correspond à une seule combinaison. Si chaque case est remplie une fois, tu n'as ni oubli ni doublon.

Le surligneur mental
Compte d'abord tout, puis colorie seulement ce qui répond à la question. Favorables en haut de la fraction, total en bas.

Pour aller plus loin sur exercices-cm2.fr

- **Toutes les fiches de Mathématiques CM2** · /mathematiques/
- **Le périmètre en CM2** · /mathematiques/grandeurs-mesures/perimetre-cm2/
- **Lire, écrire et interpréter les nombres décimaux jusqu'aux millièmes en CM2** · /mathematiques/nombres-decimaux/nombres-decimaux-cm2/