

# Problèmes algébriques : l'inconnue représentée par un symbole ou une lettre en CM2 : leçon, exercices et évaluation



CM2

Difficulté ★★



30 min

Objectif : Problèmes algébriques : l'inconnue représentée par un symbole ou une lettre

**Compétence visée (programme) :** Résoudre des problèmes algébriques en raisonnant sur des nombres inconnus représentés par des symboles ou des lettres (ex. :  $\text{prix} = (N \times 12) + 5$ )



## Nova te résume l'essentiel

- ▶ Nova te confie une mission : remplacer le nombre que tu ne connais pas par une lettre ou un symbole.
- ▶ Lis la situation, écris le calcul avec l'inconnue, puis cherche quel nombre rend l'égalité vraie.
- ▶ Vérifie toujours ta réponse en remplaçant la lettre par le nombre trouvé : c'est le contrôle de Nova.

# La leçon

## Un nombre caché dans un problème

Dans certains problèmes, un nombre manque. Tu connais les autres informations, mais tu dois découvrir ce nombre caché. Pour ne pas le confondre avec les nombres connus, représente-le par une lettre, souvent  $n$ ,  $x$  ou  $a$ , ou par un symbole, comme  $\square$  ou  $\triangle$ . Ce signe s'appelle l'inconnue. Il remplace un nombre que tu cherches. Par exemple, si tu lis : « Nova a 18 vis et reçoit encore  $n$  vis. Il

en a 30 en tout »,  $n$  représente le nombre de vis reçues. Tu peux écrire  $18 + n = 30$ . Cette écriture dit que 18, ajouté au nombre inconnu, donne 30. Le signe  $=$  signifie « est égal à » ou « a la même valeur que ». Il ne signifie pas « voici le résultat qui arrive ». À gauche et à droite du signe  $=$ , les deux quantités doivent avoir exactement la même valeur. Une écriture avec une inconnue et un signe  $=$  s'appelle une équation. En CM2, tu résous surtout des équations simples à partir du sens du problème et des opérations connues.

## Les mots importants

Une inconnue est un nombre que tu ne connais pas encore. Une égalité est une écriture où deux quantités ont la même valeur. Une équation est une égalité qui contient une inconnue. Résoudre une équation, c'est trouver la valeur de l'inconnue puis vérifier qu'elle rend l'égalité vraie.

## Transformer une phrase en écriture mathématique

Commence par repérer ce que tu cherches. Choisis une lettre et annonce sa signification : « Je note  $p$  le prix d'un billet. » Ensuite, transforme les mots du problème en signes de calcul. Les mots « en tout », « somme » ou « ajouté à » indiquent souvent une addition. Les mots « différence », « il reste » ou « retiré » indiquent souvent une soustraction. Les mots « fois chaque », « groupes de » ou «

pour chaque » indiquent souvent une multiplication. Les mots « partager également », « par groupe de » ou « chaque groupe contient » indiquent souvent une division. Attention : les mots seuls ne suffisent pas toujours. Lis toute la situation pour comprendre qui possède quoi et à quel moment. Si quatre sachets contiennent chacun  $n$  graines, écris  $4 \times n$ . Si un sachet contient  $n$  graines et que tu ajoutes 4 graines, écris  $n + 4$ . Ces deux écritures ne racontent pas la même chose. Garde l'ordre de l'histoire : écris d'abord ce qui se passe, puis ce que cela devient. Enfin, ajoute le résultat connu avec le signe = lorsque la situation donne un total, une différence ou une quantité finale.

## Traduire les situations courantes

| Situation                                                       | Écriture avec l'inconnue | Ce que représente la lettre                  |
|-----------------------------------------------------------------|--------------------------|----------------------------------------------|
| Lina a $n$ cartes et en gagne 7. Elle en a 25.                  | $n + 7 = 25$             | $n$ est le nombre de cartes au départ.       |
| Un robot a 36 boulons. Il en utilise $n$ et il lui en reste 11. | $36 - n = 11$            | $n$ est le nombre de boulons utilisés.       |
| 5 boîtes contiennent chacune $n$ crayons. Il y a 40 crayons.    | $5 \times n = 40$        | $n$ est le nombre de crayons dans une boîte. |

48 jetons sont partagés en  $n$  groupes de 6 jetons.

$$n \times 6 = 48$$

$n$  est le nombre de groupes.

## **Ta méthode en cinq étapes**

- Lis le problème une première fois sans calculer. Dis avec tes mots ce que tu dois trouver.
- Choisis une lettre ou un symbole pour le nombre inconnu et écris clairement ce qu'il représente.
- Écris l'égalité qui traduit la situation. Utilise  $+$ ,  $-$ ,  $\times$  ou  $\div$  avec soin.
- Cherche le nombre qui convient en utilisant l'opération inverse, un calcul réfléchi, une table ou des essais organisés.
- Vérifie en remplaçant la lettre par ta réponse dans l'égalité de départ. Les deux côtés doivent donner le même résultat.

## **Trouver l'inconnue grâce aux opérations inverses**

Deux opérations sont dites inverses lorsqu'elles se défont l'une l'autre. L'addition et la soustraction sont inverses. La multiplication et la division sont inverses, lorsqu'on travaille avec un nombre différent de zéro comme diviseur. Utilise cette idée pour retrouver le nombre caché. Dans  $n + 9 = 24$ , 9 a été ajouté à  $n$ . Pour retrouver  $n$ , enlève 9 au total :  $n = 24 - 9$ , donc  $n = 15$ . Dans  $n - 6 = 17$ , 6

a été retiré de  $n$ . Pour retrouver le nombre de départ, ajoute 6 :  $n = 17 + 6$ , donc  $n = 23$ . Dans  $7 \times n = 56$ ,  $n$  est multiplié par 7. Pour trouver  $n$ , partage 56 en 7 parts égales :  $n = 56 \div 7$ , donc  $n = 8$ . Dans  $n \div 4 = 6$ ,  $n$  a été partagé en 4 parts égales pour obtenir 6 dans chaque part. Pour retrouver  $n$ , calcule  $6 \times 4$  :  $n = 24$ . Tu peux aussi chercher avec les tables de multiplication. Demande-toi : « 7 fois quel nombre donne 56 ? »

## | Une égalité doit rester équilibrée

Observe  $n + 13 = 31$ . Cherche ce qu'il faut ajouter à 13 pour obtenir 31 : 18. Donc  $n = 18$ . Vérifie :  $18 + 13 = 31$ . Le côté gauche vaut 31 et le côté droit vaut aussi 31. L'égalité est vraie.

## | Résoudre par essais organisés

Tu n'es pas obligé d'écrire immédiatement l'opération inverse. Tu peux parfois faire des essais, surtout si le nombre recherché est petit. Mais tes essais doivent être organisés. Pour  $3 \times n + 2 = 20$ , commence par comprendre l'histoire du calcul : un nombre est multiplié par 3, puis on ajoute 2. Essaie  $n = 5$  :  $3 \times 5 + 2 = 17$ , ce n'est pas 20. Essaie  $n = 6$  :  $3 \times 6 + 2 = 20$ . Donc  $n = 6$ . Tu peux aussi raisonner autrement : comme 2 a été ajouté à la fin, enlève d'abord 2 au total. Il reste 18. Cherche ensuite le nombre qui, multiplié par 3, donne 18 : c'est 6. Dans une écriture contenant

plusieurs opérations, respecte bien l'ordre raconté par le problème. Ne change pas une addition en multiplication et ne supprime pas un nombre connu. Si tu fais des essais, remplace toujours la lettre partout où elle apparaît. Une même lettre représente toujours le même nombre dans toute l'égalité.

## **Des situations où l'inconnue n'est pas toujours au même endroit**

L'inconnue peut être placée avant, après ou au milieu de l'égalité. Dans  $42 - n = 15$ ,  $n$  représente ce que l'on enlève. Cherche :  $42 - 27 = 15$ , donc  $n = 27$ . Dans  $n - 15 = 42$ ,  $n$  représente le nombre de départ. Cherche :  $42 + 15 = 57$ , donc  $n = 57$ . Ces deux écritures se ressemblent, mais elles ne demandent pas le même calcul. Lis attentivement la place de la lettre. De même, dans  $8 \times n = 72$ ,  $n = 9$ . Mais dans  $n \div 8 = 9$ ,  $n = 72$ . Pour éviter les confusions, raconte chaque égalité à voix basse. « Je retire  $n$  de 42 et j'obtiens 15 » n'est pas la même phrase que « Je retire 15 de  $n$  et j'obtiens 42 ». Une inconnue peut aussi représenter un prix, une longueur, un nombre d'objets ou un nombre de groupes. La lettre n'est pas une unité : écris l'unité dans ta réponse. Par exemple :  $p = 6$ , donc un billet coûte 6 €.

## I Ne confonds pas lettre et étiquette

Dans « 4 kg », la lettre g fait partie de l'unité gramme : ce n'est pas une inconnue. Dans «  $4 \times n$  », la lettre n représente un nombre. Regarde si la lettre est utilisée dans un calcul et si le problème demande de la trouver.

## I Vérifier et rédiger une réponse complète

La vérification est indispensable : elle te permet de repérer une erreur de calcul ou une erreur de traduction. Reprends l'égalité de départ et remplace la lettre par le nombre trouvé. Si tu as écrit  $6 \times n + 5 = 41$  et trouvé  $n = 6$ , calcule  $6 \times 6 + 5$ . Tu obtiens  $36 + 5$ , puis 41 : la réponse convient. Si tu n'obtiens pas 41, recommence. Vérifie aussi que ta réponse est possible dans l'histoire. Un nombre de cahiers, de billes ou d'enfants est généralement un nombre entier positif. Si tu trouves 3,5 cahiers dans une situation où l'on compte des cahiers entiers, relis ton égalité ou tes calculs. Termine par une phrase qui répond à la question : « Nova doit acheter 6 piles. » Ne réponds pas seulement «  $n = 6$  » si le problème demande une quantité ou un prix. Pour préparer l'entrée en 6e, prends l'habitude de montrer trois choses : la lettre choisie, l'égalité écrite et la vérification. Ton raisonnement devient ainsi clair pour toi et pour la personne qui te lit.

## La règle de contrôle de Nova

Une réponse est correcte seulement si elle respecte la situation et si, en remplaçant l'inconnue dans l'égalité de départ, les deux côtés ont la même valeur.

## Exemples résolus

### Des autocollants à retrouver

**Énoncé.** Nova possède  $n$  autocollants. Il en reçoit 14 et en a alors 35.

1. Note  $n$  le nombre d'autocollants que Nova possède au départ.
2. Écris l'égalité :  $n + 14 = 35$ .
3. Enlève 14 au total :  $n = 35 - 14$ .
4. Calcule :  $n = 21$ .
5. Vérifie :  $21 + 14 = 35$ .

**Résultat :** Nova possède 21 autocollants au départ.

## Des paquets identiques

**Énoncé.** 7 paquets contiennent chacun  $n$  cartes. Il y a 56 cartes en tout.

1. Note  $n$  le nombre de cartes dans un paquet.
2. Écris l'égalité :  $7 \times n = 56$ .
3. Partage 56 en 7 parts égales :  $n = 56 \div 7$ .
4. Calcule :  $n = 8$ .
5. Vérifie :  $7 \times 8 = 56$ .

**Résultat :** Chaque paquet contient 8 cartes.

## Un calcul en deux actions

**Énoncé.** Nova choisit un nombre  $n$ , le multiplie par 4 puis ajoute 3. Il obtient 27.

1. Écris l'égalité :  $4 \times n + 3 = 27$ .
2. Enlève 3 au résultat :  $27 - 3 = 24$ .
3. Cherche le nombre qui multiplié par 4 donne 24 :  $n = 24 \div 4$ .

4. Calcule :  $n = 6$ .

5. Vérifie :  $4 \times 6 + 3 = 27$ .

**Résultat :** Le nombre choisi est 6.

## Les astuces de Nova



### Le test du trou

Imagine que la lettre est un trou dans le calcul. Quel nombre peux-tu glisser dans ce trou pour que le résultat soit juste ?



### Le miroir des opérations

Nova retient ceci : pour défaire +, utilise – ; pour défaire  $\times$ , utilise  $\div$ .



### Le dernier contrôle

Avant de ranger ton crayon, remplace la lettre par ta réponse. Si les deux côtés ne disent pas le même nombre, ton robot détecteur d'erreurs clignote.

# Mes exercices

## 1 Repère l'inconnue ★★

*Indique ce que représente la lettre dans chaque égalité.*

Dans  $5 \times n = 35$ ,  $n$  représente le nombre de billes dans un sac.

Dans  $p + 8 = 20$ ,  $p$  représente le prix d'un jeu avant l'ajout de 8 €.

## 2 Passe de la phrase au calcul ★★

*Écris une égalité avec  $n$  pour chaque situation.*

1. Nova a  $n$  jetons. Il en gagne 9 et en possède 24.
2. 6 boîtes contiennent chacune  $n$  crayons. Il y a 42 crayons.
3. Nova a 30 vis. Il en utilise  $n$  et il lui en reste 12.

## 3 Complète les égalités ★★

*Trouve la valeur de  $n$  et complète chaque égalité.*

1.  $n + 7 = 19$

2.  $n - 8 = 15$

3.  $4 \times n = 28$