

Problèmes de dénombrement en CM2 : leçon, exercices et évaluation



CM2

Difficulté ★★★

⌚ 30 min

Objectif : Problèmes de dénombrement

Fiche complète + corrigé

Compétence visée (programme) : Résoudre des problèmes de dénombrement



Nova te résume l'essentiel

- ▶ Nova te donne une mission : trouver toutes les possibilités sans en oublier une seule et sans compter deux fois la même.
- ▶ Pour réussir, organise ta recherche avec une liste, un tableau ou un arbre de choix.
- ▶ À la fin, vérifie toujours que chaque choix a été traité de la même façon.

La leçon

Chercher toutes les possibilités

Dans un problème de dénombrement, tu dois trouver combien de possibilités différentes peuvent être formées. Il ne s'agit pas de calculer une addition ou une multiplication posée tout de suite. Tu dois d'abord comprendre les choix possibles et les organiser. Par exemple, Nova possède 3 casquettes : rouge, bleue et verte. Il possède aussi 2 vestes : jaune et grise. Il veut savoir combien de tenues différentes il peut porter avec une casquette et une veste. Chaque tenue correspond à une association : une casquette avec une veste. Rouge avec jaune est une tenue ; rouge avec grise en est une autre. Ton but est de recenser toutes les associations possibles.

Le mot dénombrer signifie compter des objets, des choix ou des situations de manière organisée. Ici, les objets ne sont pas forcément devant toi : ce peuvent être des menus, des codes, des chemins, des équipes, des vêtements ou des places. Pour être juste, ton dénombrement doit respecter deux règles : ne rien oublier et ne rien compter deux fois. Ces deux règles sont plus importantes que d'aller vite. Nova préfère une liste lente mais complète à une réponse rapide et incertaine.

Les mots utiles

Possibilité : résultat obtenu après avoir fait un ou plusieurs choix. Choix : élément que tu peux sélectionner à une étape. Association : réunion de deux choix, par exemple une boisson et un dessert. Organisation systématique : méthode qui suit toujours le même ordre pour être certain de tout trouver.

Commence par comprendre les choix

Avant de dessiner un tableau ou un arbre, lis l'énoncé attentivement. Repère ce qui varie. Demande-toi : « Combien y a-t-il de premiers choix ? Combien y a-t-il de seconds choix ? Dois-je choisir un élément dans chaque groupe ? L'ordre a-t-il une importance ? » Ces questions t'évitent des erreurs.

Suppose qu'un glacier propose les parfums citron, fraise et vanille, avec les cornets petit ou grand. Si tu choisis un parfum et une taille, citron-petit et citron-grand sont deux possibilités différentes, car la taille change. En revanche, si tu dois choisir deux prénoms pour former une équipe sans rôle particulier, l'équipe Lina-Noé est la même que l'équipe Noé-Lina. Dans ce cas, l'ordre ne crée pas une nouvelle possibilité. Il faudra donc faire très attention à ne pas écrire la même équipe dans les deux sens.

Entoure mentalement les mots importants : « avec », « puis », « un parmi », « deux parmi », « dans un ordre différent », « sans ordre ». Ils te renseignent sur ce que tu dois compter. Si l'énoncé est difficile, reformule-le à voix basse avec tes propres mots : « Je dois associer chaque parfum à chaque taille » ou « Je dois former des paires sans tenir compte de l'ordre ».

La méthode de Nova en cinq gestes

- 1. Repère les groupes de choix. Écris-les séparément : par exemple, couleurs : rouge, bleu ; formes : rond, carré, triangle.
- 2. Choisis une façon de t'organiser. Utilise une liste, un tableau ou un arbre selon ce qui te semble le plus lisible.
- 3. Garde un ordre fixe. Commence toujours par le même choix et fais varier l'autre choix dans le même ordre.
- 4. Compte les possibilités obtenues. Tu peux les numéroter pour ne pas te tromper.
- 5. Vérifie. Reprends chaque premier choix : a-t-il été associé à tous les choix possibles ? Cherche aussi les doublons.

Utiliser une liste organisée

La liste organisée est pratique quand il y a peu de possibilités. Écris d'abord toutes celles qui commencent par le même élément, puis passe au suivant. Par exemple, avec les lettres A, B et les chiffres 1, 2, 3, forme des codes d'une lettre suivie d'un chiffre. Commence par A : A1, A2, A3. Puis continue avec B : B1, B2, B3. Tu obtiens 6 codes.

L'ordre est essentiel dans ta liste. Ne saute pas de A1 à B2 puis à A3 : tu risques d'oublier B1 ou de répéter un code. Tu peux tracer un trait quand tu as terminé une série. Ici, chaque lettre est associée successivement à tous les chiffres. Tu peux alors constater que A donne 3 codes et B donne aussi 3 codes. Comme il y a 2 séries de 3 codes, tu peux écrire $2 \times 3 = 6$.

Attention : ce calcul est valable parce que chaque lettre peut être associée à chacun des 3 chiffres. Si certaines associations étaient interdites, tu ne pourrais pas multiplier aussi vite. Il faudrait barrer les associations impossibles ou les compter une par une.

Lire et compléter un tableau à double entrée

Boisson / Goûter	Pomme	Yaourt	Biscuit
Eau	eau-pomme	eau-yaourt	eau-biscuit
Jus	jus-pomme	jus-yaourt	jus-biscuit

Le tableau : une case pour chaque association

Un tableau à double entrée permet de croiser deux groupes de choix. Place un groupe en haut et l'autre à gauche. Chaque case représente une possibilité. Dans le tableau, Nova peut choisir une boisson et un goûter. Il y a 2 lignes de choix pour les boissons et 3 colonnes de choix pour les goûters. Toutes les cases sont remplies : il y a donc 6 possibilités.

Le tableau est très utile pour vérifier ton travail. Regarde chaque ligne : eau est associée à pomme, yaourt et biscuit. Jus est aussi associé à pomme, yaourt et biscuit. Aucune case n'est vide, donc aucune association n'a été oubliée. Une possibilité ne peut apparaître que dans une seule case, donc le risque de doublon est faible.

Quand toutes les associations sont autorisées, tu peux calculer le nombre de cases en faisant lignes $\times$ colonnes. Ici : $2 \times 3 = 6$. Cette multiplication est valable seulement si chaque élément de la première liste peut être associé à chaque élément de la seconde liste. Si Nova ne peut pas boire de jus avec le biscuit, la case correspondante doit être barrée. Il reste alors 5 possibilités, et non 6.

Dessiner un arbre de choix

L'arbre de choix ressemble à des branches qui partent d'un même point. Il montre les choix dans leur ordre. Utilise-le lorsqu'une situation se déroule en plusieurs étapes : choisir une couleur, puis une forme, puis une taille, par exemple. Chaque chemin complet, du départ jusqu'à l'extrémité d'une branche, représente une possibilité.

Imagine que Nova choisisse un robot rouge ou vert, puis un autocollant étoile, lune ou éclair. Depuis le point de départ, trace 2 branches : rouge et vert. Depuis chacune de ces branches, trace 3 nouvelles branches : étoile, lune et éclair. Tu peux lire les chemins : rouge-étoile, rouge-lune, rouge-éclair, vert-étoile, vert-lune, vert-éclair. Il y en a 6.

Pour vérifier un arbre, compte le même nombre de branches après chaque premier choix lorsque les choix sont tous autorisés. Ici, rouge a 3 suites et vert a aussi 3 suites. Si une branche n'a pas toutes les suites prévues, demande-toi si une association est interdite ou si tu as oublié de la dessiner. Écris les résultats au bout des branches : ton arbre sera plus facile à lire.

Ordre important ou ordre sans importance ?

Observe bien l'énoncé. Pour un code de deux chiffres, 24 et 42 sont différents : l'ordre compte. Pour choisir deux élèves dans une équipe sans attribuer de rôle, Adam et Inès forment la même équipe que Inès et Adam : l'ordre ne compte pas. Dans ce deuxième cas, écris les prénoms toujours dans le même ordre, par exemple alphabétique, pour éviter les doublons.

Quand certaines possibilités sont interdites

Tous les problèmes ne permettent pas d'associer chaque choix avec tous les autres. Il faut alors représenter les possibilités et supprimer celles qui sont impossibles. Par exemple, un jeu propose les personnages pirate, astronaute et magicien, avec les véhicules vélo et fusée. Mais le magicien ne peut pas monter dans la fusée. Commence par prévoir $3 \times 2 = 6$ associations possibles si tout était autorisé. Puis barre magicien-fusée. Il reste 5 possibilités.

Tu peux aussi compter directement : pirate a 2 véhicules, astronaute a 2 véhicules, magicien a 1 véhicule. Alors $2 + 2 + 1 = 5$. Cette méthode est particulièrement utile lorsque chaque premier choix n'offre pas le même nombre de suites. Ne fais pas une multiplication automatique si les lignes de ton tableau ne contiennent pas toutes le même nombre de cases possibles.

Dans ta réponse, écris une phrase complète. Par exemple : « Il y a 5 possibilités, car une association est interdite. » Une phrase explique ce que représente ton nombre. Nova te rappelle qu'un nombre seul ne dit pas toujours ce que tu as compté.

La vérification finale

- Relis l'énoncé et vérifie que tu as utilisé tous les choix annoncés.
- Contrôle chaque ligne de ton tableau ou chaque première branche de ton arbre.
- Cherche deux écritures qui représenteraient la même possibilité.
- Si l'ordre ne compte pas, classe les éléments toujours de la même façon.
- Écris une phrase-réponse avec l'unité adaptée : codes, tenues, menus, chemins ou équipes.

Le signal de Nova

Quand tu hésites, pose-toi cette question : « Pour chaque premier choix, ai-je fait tous les seconds choix ? » Si la réponse est oui et que tu n'as aucun doublon, ton dénombrement est bien organisé.

Exemples résolus

Des badges pour Nova

Énoncé. Nova peut choisir une forme de badge parmi rond, carré et triangle, puis une couleur parmi rouge et bleu. Combien de badges différents peut-il créer ?

1. Repère les deux groupes : 3 formes et 2 couleurs.
2. Organise une liste : rond rouge, rond bleu ; carré rouge, carré bleu ; triangle rouge, triangle bleu.
3. Vérifie que chaque forme est associée aux 2 couleurs.
4. Compte les possibilités : $3 \times 2 = 6$.

Résultat : Nova peut créer 6 badges différents.

Des trajets avec une interdiction

Énoncé. Pour aller au parc, Nova peut prendre le chemin du pont ou le chemin du tunnel, puis passer par la place ou par le jardin. Le chemin tunnel-jardin est fermé. Combien de trajets sont possibles ?

1. Prévois d'abord les associations : pont-place, pont-jardin, tunnel-place, tunnel-jardin.
2. Barre tunnel-jardin, car ce trajet est fermé.
3. Il reste pont-place, pont-jardin et tunnel-place.
4. Compte les trajets restants.

Résultat : Nova peut emprunter 3 trajets possibles.

Former des équipes sans doublon

Énoncé. Lina, Noé et Sam doivent former des équipes de 2 élèves. Combien d'équipes différentes peut-on former ?

1. L'ordre ne compte pas : Lina-Noé est la même équipe que Noé-Lina.
2. Écris les prénoms dans l'ordre alphabétique : Lina-Noé, Lina-Sam, Noé-Sam.
3. Ne réécris pas les mêmes paires dans l'autre sens.
4. Compte les équipes.

Résultat : On peut former 3 équipes différentes.

Les astuces de Nova



Le balayage de Nova

Balaye ton tableau ligne après ligne, comme si mes capteurs lisaient chaque case : aucune case vide, aucun oubli.



La branche complète

Sur un arbre, une possibilité n'est comptée que lorsque tu arrives au bout d'une branche complète.



Le test du miroir

Si tu peux retourner deux noms sans changer la situation, ne compte pas les deux écritures : ce serait un doublon.

Erreurs fréquentes

Erreur à éviter	Pourquoi	Le bon réflexe
Écrire des possibilités dans un ordre au hasard.	Tu peux oublier une association ou écrire deux fois la même.	Fixe un premier choix et associe-le successivement à tous les autres choix.
Multiplier immédiatement sans lire les contraintes.	Une ou plusieurs associations peuvent être interdites.	Construis une liste, un tableau ou un arbre, puis barre les possibilités impossibles avant de compter.
Compter AB et BA comme deux équipes différentes.	Dans une équipe sans rôle, l'ordre des noms ne change pas l'équipe.	Range toujours les noms dans le même ordre, par exemple alphabétique.

Mes exercices

1 Les codes de Nova ★★

Écris tous les codes formés d'une lettre suivie d'un chiffre.

Utilise les lettres M et N, puis les chiffres 1, 2 et 3.

2 Les tenues du robot ★★

Compte les tenues différentes et écris une phrase-réponse.

1. Nova a 2 pulls, orange et violet, et 3 pantalons, noir, beige et gris. Il choisit un pull et un pantalon.

3 Le tableau des goûters ★★

Complète le tableau dans le cadre et compte toutes les possibilités.

1. Trace un tableau avec en colonnes pomme et banane, puis en lignes eau, lait et jus. Écris une association dans chaque case.

4 L'ordre compte-t-il ? ★★

Indique vrai ou faux.

1. Pour former un code de deux chiffres, 37 et 73 sont la même possibilité.
2. Pour former une équipe de Léa et Yan sans rôle particulier, Léa-Yan et Yan-Léa sont la même équipe.
3. Un tableau à double entrée peut aider à repérer une association oubliée.

5 Les robots à décorer ★★

Dessine un arbre de choix dans le cadre, puis écris le nombre de robots possibles.

1. Nova choisit une antenne courte ou longue, puis des yeux ronds, carrés ou triangulaires.

6 Les véhicules autorisés ★★

Trouve les possibilités autorisées et justifie ta réponse.

Nova choisit un personnage parmi explorateur, pilote et marin, puis un véhicule parmi vélo et bateau. Le pilote ne peut pas prendre le bateau.

7 Les duos de la mission ★★★

Écris toutes les équipes différentes sans compter deux fois la même et justifie.

Amin, Chloé, Inès et Tom doivent former des équipes de 2 sans rôle particulier.

8 Le signal spatial ★★★

Organise ton dénombrement et résous le problème.

Pour envoyer un signal, Nova choisit une couleur parmi rouge et vert, une forme parmi cercle et carré, puis un son parmi court, long et double. Toutes les associations sont autorisées.

Évaluation

Lis chaque situation, organise ton travail et écris une phrase-réponse lorsque cela est demandé.

Barème : 20 points

1. Nova possède les lettres R et S, ainsi que les chiffres 4, 5 et 6. Écris tous les codes d'une lettre suivie d'un chiffre. / 3
2. Nova choisit une cape parmi jaune, rouge et bleue, puis un masque parmi rond et étoile. Combien de déguisements peut-il former ? / 3
3. Dessine un arbre de choix pour 2 chapeaux, noir et blanc, puis 3 écharpes, verte, orange et violette. Écris le nombre de tenues. / 3
4. Pour un repas, Nova choisit une entrée parmi soupe et salade, puis un plat parmi riz, pâtes et poisson. Il ne peut pas choisir salade-poisson. Combien de repas sont possibles ? Justifie. / 4
5. Lina, Malo et Zoé forment des équipes de 2 sans rôle particulier. Écris les équipes différentes. / 3
6. Un signal est composé d'une flèche vers la gauche ou vers la droite, puis d'un point ou de deux points, puis d'une couleur orange, violette ou verte. Toutes les associations sont autorisées. Combien de signaux sont possibles ? Explique. / 4

Quiz de révision

1. Quel outil est particulièrement utile pour croiser deux groupes de choix ?

- A) Un tableau à double entrée B) Une règle graduée C) Un compas D) Un dictionnaire

2. Avec 2 couleurs et 4 formes, toutes les associations étant autorisées, combien de dessins peux-tu former ?

- A) 6 B) 8 C) 4 D) 2

3. Dans quel cas l'ordre compte-t-il ?

- A) Former une équipe de deux élèves sans rôle B) Choisir deux fruits pour une corbeille
C) Créer un code de deux chiffres D) Choisir deux camarades pour jouer

4. Que dois-tu vérifier à la fin d'un dénombrement ?

- A) Que tous les choix sont écrits dans la même couleur B) Qu'aucun cas n'est oublié ni compté deux fois
C) Que la réponse contient un grand nombre D) Que le tableau a exactement 10 cases

5. Nova a 3 casquettes et 2 manteaux. Chaque casquette peut aller avec chaque manteau. Combien de tenues a-t-il ?

- A) 5 B) 6 C) 8 D) 9

6. Combien d'équipes différentes de 2 peux-tu former avec Ana, Bilal et Chloé, sans rôle particulier ?

- A) 2 B) 3 C) 6 D) 9

7. Un arbre de choix sert surtout à montrer quoi ?

- A) Les étapes successives d'un choix B) La longueur d'un trajet C) La valeur d'une monnaie
D) L'ordre alphabétique

8. Il y a 3 boissons et 2 desserts, mais une association est interdite. Combien de menus restent-ils ?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7

9. Quelle écriture évite un doublon pour une équipe formée de Zoé et Adam ?

- A) Écrire Zoé-Adam et Adam-Zoé B) Écrire seulement Adam-Zoé C) Écrire Zoé-Zoé
D) Ne rien écrire

Guide pour les parents

Faites expliquer la situation à voix haute avant de demander un calcul. Votre enfant doit d'abord identifier les choix et dire si toutes les associations sont autorisées.

- Invitez votre enfant à utiliser de petits objets, des cartes ou des étiquettes pour manipuler les choix avant de les écrire.
- Demandez : « As-tu traité chaque premier choix de la même manière ? » plutôt que de donner directement la réponse.
- Pour les équipes ou les paires, faites verbaliser si l'ordre change ou non la situation.

Temps conseillé : ~15 min.

Questions fréquentes

Q. Dois-je toujours faire une multiplication ?

R. Non. Utilise une multiplication seulement lorsque chaque premier choix peut être associé au même nombre de seconds choix et qu'aucune association n'est interdite.

Q. Comment savoir si j'ai oublié une possibilité ?

R. Range tes choix dans un ordre fixe et vérifie chaque ligne du tableau ou chaque branche de l'arbre.

Q. Pourquoi un tableau est-il utile ?

R. Chaque case représente une association. Tu vois facilement les possibilités présentes, absentes ou interdites.

Q. Quand dois-je faire attention à l'ordre ?

R. L'ordre compte pour un code, une place ou un classement. Il ne compte pas pour une équipe sans rôle particulier.

Corrigé

Exercice 1 : Les codes de Nova

1. M1, M2, M3, N1, N2, N3. Chaque lettre est associée successivement aux 3 chiffres.

Exercice 2 : Les tenues du robot

1. $2 \times 3 = 6$. Nova peut former 6 tenues différentes. Chaque pull peut être porté avec chacun des 3 pantalons.

Exercice 3 : Le tableau des goûters

1. eau-pomme, eau-banane ; lait-pomme, lait-banane ; jus-pomme, jus-banane. Il y a 6 possibilités. Le tableau contient 3 lignes et 2 colonnes.

Exercice 4 : L'ordre compte-t-il ?

1. Faux. Dans un code, l'ordre des chiffres change le code.

2. Vrai. L'ordre des prénoms ne change pas l'équipe.

3. Vrai. Chaque case correspond à une possibilité.

Exercice 5 : Les robots à décorer

1. Arbre attendu : 2 branches, courte et longue, puis 3 branches depuis chacune : ronds, carrés, triangulaires.

Il y a 6 robots possibles. Chaque type d'antenne possède 3 suites possibles.

Exercice 6 : Les véhicules autorisés

1. explorateur-vélo, explorateur-bateau, pilote-vélo, marin-vélo, marin-bateau. Il y a 5 possibilités, car l'association pilote-bateau est interdite. Il faut retirer l'unique association interdite.

Exercice 7 : Les duos de la mission

1. Amin-Chloé, Amin-Inès, Amin-Tom, Chloé-Inès, Chloé-Tom, Inès-Tom. Il y a 6 équipes, car une équipe écrite dans l'ordre inverse ne forme pas une nouvelle équipe. Range les prénoms dans le même ordre pour éviter les doublons.

Exercice 8 : Le signal spatial

1. $2 \times 2 \times 3 = 12$. Nova peut envoyer 12 signaux différents. Une liste, un tableau ou un arbre doit montrer que chaque couleur est associée à chaque forme et à chaque son. Il y a 2 choix, puis 2 choix, puis 3 choix pour chaque association.

Évaluation : corrigé

1. R4, R5, R6, S4, S5, S6. / 3

2. $3 \times 2 = 6$. Nova peut former 6 déguisements différents. / 3

3. Arbre avec 2 premières branches et 3 branches depuis chacune. $2 \times 3 = 6$ tenues. / 3

4. Il y a 5 repas possibles, car $2 \times 3 = 6$ associations étaient prévues et salade-poisson est interdite. / 4

5. Lina-Malo, Lina-Zoé, Malo-Zoé. / 3

6. $2 \times 2 \times 3 = 12$. Il y a 12 signaux possibles, car chaque direction peut être associée à chaque nombre de points et à chacune des 3 couleurs. / 4

Quiz : réponses

1. A) Un tableau à double entrée Les lignes et les colonnes permettent de représenter les associations.

2. B) 8 $2 \times 4 = 8$.

3. C) Créer un code de deux chiffres Dans un code, 12 et 21 sont différents.

4. B) Qu'aucun cas n'est oublié ni compté deux fois Cette vérification permet d'obtenir un dénombrement juste.

5. B) 6 $3 \times 2 = 6$.

6. B) 3 Les équipes sont Ana-Bilal, Ana-Chloé et Bilal-Chloé.

7. A) Les étapes successives d'un choix Chaque branche montre une suite de choix possible.

8. B) 5 $3 \times 2 = 6$, puis on retire l'association interdite : il reste 5 menus.

9. B) Écrire seulement Adam-Zoé En rangeant les prénoms dans le même ordre, tu ne comptes pas deux fois la même équipe.

Pour aller plus loin sur exercices-cm2.fr

- › [Toutes les fiches de Mathématiques CM2](#) · /mathematiques/
- › [Les solides en CM2](#) · /mathematiques/espace-geometrie/solides-cm2/
- › [La division euclidienne posée en CM2](#) · /mathematiques/calcul-pose/division-cm2/