

Résoudre des problèmes de proportionnalité en plusieurs étapes en CM2 : leçon, exercices et évaluation



CM2

Difficulté ★★★



30 min

Objectif : Résoudre des problèmes de proportionnalité en plusieurs étapes

Fiche complète

Compétence visée (programme) : Résoudre un problème de proportionnalité par les propriétés de linéarité pour la multiplication et pour l'addition, avec des problèmes nécessitant plusieurs étapes



Nova te résume l'essentiel

- Nova te donne un repère : dans une situation de proportionnalité, si une quantité est multipliée, l'autre est multipliée de la même façon.
- Tu peux aussi additionner deux lignes connues : ajoute alors les quantités correspondantes.
- Pour réussir un problème en plusieurs étapes, écris chaque calcul et termine toujours par une phrase-réponse.

La leçon

Reconnais une situation de proportionnalité

Dans une situation de proportionnalité, deux quantités évoluent ensemble de façon régulière. Par exemple, si 4 bouteilles de jus coûtent 6 €, alors 8 bouteilles coûtent le double : 12 €. Si tu achètes trois fois plus de bouteilles, tu paies trois fois plus cher. Le prix dépend ici du nombre de bouteilles, à condition que toutes les bouteilles aient le même prix. Une situation est proportionnelle lorsque l'on peut multiplier une quantité par un même nombre et multiplier l'autre quantité par ce même nombre. Tu peux aussi reconnaître cette relation en observant qu'ajouter des quantités revient à ajouter les valeurs correspondantes. Attention : deux nombres placés dans un tableau ne sont pas forcément proportionnels. Il faut comprendre le lien entre eux et vérifier qu'il reste toujours le même.

Les mots importants

Une quantité est ce que l'on mesure ou compte : un nombre de cahiers, une masse, une durée ou un prix. Une ligne associe deux quantités qui vont ensemble. La linéarité multiplicative consiste à multiplier les deux quantités par le même nombre. La linéarité additive consiste à additionner deux lignes : ajoute alors chaque quantité à la quantité correspondante.

Observe les deux propriétés utiles

Nombre de sachets	Masse de graines	Ce que tu fais
3	240 g	Ligne de départ
6	480 g	Tu multiplies 3 par 2, donc tu multiplies 240 g par 2.
9	720 g	Tu ajoutes la ligne de 3 sachets et celle de 6 sachets.

12	960 g	Tu multiplies la ligne de 3 sachets par 4.
----	-------	--

Utilise la linéarité multiplicative

La linéarité multiplicative est pratique lorsque le nombre recherché est un multiple du nombre connu. Avec 3 sachets pour 240 g, tu peux trouver la masse de 6 sachets en multipliant par 2 : $3 \times 2 = 6$, donc $240 \times 2 = 480$. Pour 12 sachets, tu multiplies par 4 : $3 \times 4 = 12$, donc $240 \times 4 = 960$. Tu peux aussi revenir à une plus petite quantité. Si 6 sachets correspondent à 480 g, 3 sachets correspondent à la moitié : $480 \div 2 = 240$. Dans ce cas précis, tu divises les deux quantités par 2. Vérifie toujours que tu appliques exactement la même opération aux deux lignes. Ne multiplie jamais une seule quantité : les deux valeurs doivent évoluer ensemble.

Utilise la linéarité additive

La linéarité additive sert à fabriquer une nouvelle ligne en additionnant des lignes déjà connues. Reprends les sachets de graines. Tu connais 3 sachets pour 240 g et 6 sachets pour 480 g. Pour obtenir 9 sachets, tu calcules $3 + 6 = 9$. Tu ajoutes alors les masses : $240 \text{ g} + 480 \text{ g} = 720 \text{ g}$. Tu peux écrire : 9 sachets correspondent à 720 g. Cette propriété est particulièrement utile lorsque le nombre recherché n'est pas un multiple simple du nombre de départ. Par exemple, pour trouver 15 sachets, tu peux réunir 12 sachets et 3 sachets. Comme 12 sachets correspondent à 960 g et 3 sachets à 240 g, tu obtiens $960 \text{ g} + 240 \text{ g} = 1\,200 \text{ g}$. L'addition ne fonctionne que si les lignes décrivent la même situation : mêmes sachets, même masse par sachet et mêmes unités.

Suis une méthode en plusieurs étapes

- Lis la question finale. Entoure ce que tu dois trouver et son unité : euros, grammes, litres ou objets.
- Repère les données utiles. Écris la relation connue sous la forme d'une phrase ou d'un tableau.
- Choisis une première étape simple. Double, triple, partage ou additionne pour créer une ligne intermédiaire utile.
- Construis la quantité recherchée. Combine plusieurs lignes si nécessaire, par exemple $14 = 12 + 2$.
- Rédige chaque étape. Explique ce que représente chaque calcul : « Pour 12 objets... », puis « Pour 2 objets... ».
- Relis ton résultat. Vérifie qu'il est logique : davantage d'objets doit donner un prix, une masse ou une longueur plus grande lorsque la situation est proportionnelle.

Exemple guidé : préparer 10 sandwiches

Pour 4 sandwiches, il faut 300 g de garniture. Combien faut-il de garniture pour 10 sandwiches ? Commence par fabriquer une ligne pour 8 sandwiches : $4 \times 2 = 8$, donc $300 \text{ g} \times 2 = 600 \text{ g}$. Il reste ensuite 2 sandwiches à ajouter. Comme 2 est la moitié de 4, il faut la moitié de 300 g : 150 g. Additionne les deux résultats : $600 \text{ g} + 150 \text{ g} = 750 \text{ g}$. Tu peux conclure : il faut 750 g de garniture pour préparer 10 sandwiches. Tu as utilisé d'abord une multiplication, puis un partage, puis une addition.

Choisis des étapes qui te simplifient le travail

Dans un problème, plusieurs chemins peuvent mener au résultat. Choisis celui dont les calculs te semblent les plus faciles. Si 5 carnets coûtent 12,50 €, tu peux trouver le prix de 15 carnets en multipliant par 3. Mais pour 17 carnets, tu peux d'abord chercher 15 carnets, puis ajouter 2 carnets. Pour connaître le prix de 2 carnets, tu peux partager le prix de 5 carnets en cinq parts égales afin de trouver le prix d'un carnet, puis multiplier par 2. Il est important d'écrire pourquoi tu fais chaque opération. N'écris pas seulement « $12,50 \times 3$ ». Écris plutôt : « Pour 15 carnets, je triple le nombre de carnets, donc je triple le prix. » Ton raisonnement devient facile à relire et à corriger.

Attention aux unités et au sens du résultat

Avant de calculer, observe les unités. Tu peux additionner 250 g et 400 g, car ce sont deux masses exprimées en grammes. En revanche, tu ne peux pas additionner directement 2 kg et 300 g sans tenir compte des unités. Transforme d'abord 2 kg en 2 000 g, puis ajoute : $2\,000 \text{ g} + 300 \text{ g} = 2\,300 \text{ g}$. Pour les prix, aligne

bien les virgules lorsque tu poses une addition ou une soustraction. Dans une situation proportionnelle où le prix par objet reste le même, acheter plus d'objets coûte plus cher. Si ton résultat annonce un prix plus petit alors que tu as acheté beaucoup plus, arrête-toi et vérifie tes calculs. Le sens du problème est un excellent outil de contrôle.

Ne confonds pas addition des lignes et addition au hasard

Tu peux additionner deux lignes seulement lorsque tu additionnes les deux quantités correspondantes. Si 3 places coûtent 18 € et 2 places coûtent 12 €, alors 5 places coûtent 30 €, car $3 + 2 = 5$ et $18 + 12 = 30$. En revanche, tu ne peux pas écrire que 3 places coûtent 18 € et ajouter seulement 2 au prix pour obtenir 5 places. Le prix doit suivre la même relation que le nombre de places.

Rédige une réponse claire

Une bonne réponse contient les calculs utiles, leur explication et une phrase finale. Tu peux utiliser ce modèle : « Pour obtenir ..., je ... la quantité connue. Donc Ensuite, j'ajoute Ainsi, » Par exemple : « Pour 8 boîtes, je double 4 boîtes. La masse est donc 600 g. Pour compléter jusqu'à 10 boîtes, j'ajoute la masse de 2 boîtes : 150 g. Ainsi, 10 boîtes pèsent 750 g. » Nova te rappelle que les étapes intermédiaires ne sont pas du temps perdu : elles montrent ton idée et t'aident à éviter les erreurs. C'est une habitude très utile pour préparer l'entrée en 6e.

Exemples résolus

Des affiches pour une association

Énoncé. 3 affiches identiques coûtent 18 €. Quel est le prix de 8 affiches ?

1. Pour trouver le prix de 6 affiches, double le nombre d'affiches : $3 \times 2 = 6$. Double aussi le prix : $18 \text{ €} \times 2 = 36 \text{ €}$.
2. Pour trouver le prix de 2 affiches, partage le prix de 3 affiches en 3 parts égales : $18 \text{ €} \div 3 = 6 \text{ €}$ pour une affiche. Puis calcule $6 \text{ €} \times 2 = 12 \text{ €}$.
3. Ajoute les deux lignes : 6 affiches + 2 affiches = 8 affiches et $36 \text{ €} + 12 \text{ €} = 48 \text{ €}$.

Résultat : 8 affiches coûtent 48 €.

Des bouteilles pour un goûter

Énoncé. 4 bouteilles contiennent 6 L de jus. Quelle quantité de jus contiennent 14 bouteilles ?

1. Cherche d'abord 12 bouteilles : $4 \times 3 = 12$. Multiplie aussi la quantité de jus par 3 : $6 \text{ L} \times 3 = 18 \text{ L}$.
2. Il reste 2 bouteilles à ajouter. Comme 2 est la moitié de 4, prends la moitié de 6 L : $6 \text{ L} \div 2 = 3 \text{ L}$.
3. Additionne les quantités : $18 \text{ L} + 3 \text{ L} = 21 \text{ L}$.

Résultat : 14 bouteilles contiennent 21 L de jus.

Les astuces de Nova



La règle du miroir

Nova te souffle ceci : regarde les deux colonnes comme dans un miroir. Toute opération faite dans une colonne doit apparaître dans l'autre.



Fabrique le nombre recherché

Si le nombre demandé te paraît difficile, découpe-le : 14 peut devenir $12 + 2$. Tu trouves chaque partie, puis tu les additionnes.



Le test du bon sens

Si tu prends plus d'objets au même prix, le total doit augmenter. Si ce n'est pas le cas, cherche l'étape qui a déraillé.

Erreurs fréquentes

Erreur à éviter	Pourquoi	Le bon réflexe
Tu multiplies le nombre d'objets, mais tu oublies de multiplier le prix ou la masse.	Dans une situation de proportionnalité, les deux quantités doivent subir la même opération.	Écris l'opération sur les deux lignes et vérifie qu'elle est identique : si tu fais $\times 3$ d'un côté, fais aussi $\times 3$ de l'autre.
Tu additionnes des valeurs qui ne correspondent pas aux nombres d'objets ajoutés.	L'addition est valable seulement si tu ajoutes deux lignes complètes de la même situation.	Écris d'abord l'égalité pour le nombre d'objets, puis l'addition correspondante pour le prix, la masse ou la longueur.
Tu donnes seulement un nombre sans unité ni phrase finale.	On ne sait pas ce que représente ton résultat.	Termine par une phrase précise : « Il faut 750 g de garniture. »

Mes exercices

1 Pose et calcule ★★

Pose chaque opération en colonnes, puis calcule.

1. $22547 + 21368 =$
2. $184 + 52490 =$
3. $50208 + 16973 =$
4. $32589 + 15162 =$
5. $83315 + 71942 =$
6. $64960 + 16438 =$
7. $79052 + 52527 =$
8. $20048 + 83321 =$
9. $85639 + 79851 =$
10. $52825 + 84367 =$

2 Défi chrono ★★

Résous le plus de calculs possible en 3 minutes.

1. $26348 + 51845 =$
2. $33737 + 64713 =$
3. $12796 + 14266 =$
4. $82336 + 83010 =$
5. $27686 + 2986 =$
6. $90962 + 60425 =$
7. $42383 + 46558 =$
8. $48799 + 50747 =$
9. $33438 + 57584 =$
10. $50821 + 73319 =$
11. $69381 + 70594 =$
12. $21990 + 13521 =$

3 Complète le nombre manquant ★★

Trouve le nombre qui manque pour que l'égalité soit vraie.

1. $42901 + \dots = 142824$
2. $\dots + 27495 = 93262$
3. $\dots + 94885 = 190300$
4. $\dots + 58446 = 86361$
5. $\dots + 27895 = 79427$
6. $88084 + \dots = 96744$
7. $\dots + 28847 = 107624$
8. $\dots + 33824 = 125100$

4 Vrai ou faux ? ★★★

Indique si chaque égalité est vraie ou fausse ; si elle est fausse, corrige-la.

1. $23808 + 9835 = 33641$
2. $5443 + 47450 = 52883$
3. $57545 + 26324 = 83879$
4. $48241 + 58204 = 106445$
5. $8237 + 24700 = 32939$
6. $35364 + 26242 = 61606$

5 Au stand de boissons ★★★

Au stand de boissons, 4 bouteilles identiques coûtent 6 €. Calcule le prix demandé en montrant tes étapes.

1. Quel est le prix de 12 bouteilles ?
2. Quel est le prix de 10 bouteilles ?
3. Quel est le prix de 14 bouteilles ?

6 Estime avant de calculer ★★★

Choisis d'abord l'ordre de grandeur le plus proche, puis calcule exactement.

1. 6 muffins coûtent 4,80 €. Pour 18 muffins, le prix est-il plus proche de 15 €, de 50 € ou de 150 € ?
2. 8 m de ruban coûtent 13,60 €. Pour 24 m, le prix est-il plus proche de 4 €, de 40 € ou de 400 € ?
3. 5 badges coûtent 7,50 €. Pour 17 badges, le prix est-il plus proche de 3 €, de 25 € ou de 250 € ?

7 Détective des calculs ★★★

Pour chaque affirmation, repère l'erreur, puis écris le calcul correct.

1. 4 billets coûtent 7,20 €. Léo affirme : « 12 billets coûtent 20,60 €, car $7,20 \times 3 = 20,60$. »
2. 6 m de ruban coûtent 8,40 €. Inès affirme : « 18 m coûtent 24,20 €, car $8,40 \times 3 = 24,20$. »
3. 5 paquets coûtent 12,50 €. Samir affirme : « 15 paquets coûtent 125,00 €, car $12,50 \times 3 = 125,00$. »

Évaluation

Pose et effectue chaque opération.

Barème : 20 points

- | | |
|----------------------|-------|
| 1. $23810 + 50998 =$ | / 2.5 |
| 2. $22492 + 30275 =$ | / 2.5 |
| 3. $29692 + 70231 =$ | / 2.5 |
| 4. $25551 + 54756 =$ | / 2.5 |
| 5. $80910 + 90663 =$ | / 2.5 |
| 6. $14438 + 82157 =$ | / 2.5 |
| 7. $67013 + 45895 =$ | / 2.5 |
| 8. $18703 + 31196 =$ | / 2.5 |

Quiz de révision

1. Combien font $85578 + 46158$?

A) 177894 B) 131726 C) 131736 D) 131737

2. Combien font $80374 + 72372$?

A) 152736 B) 152756 C) 152746 D) 152747

3. Combien font $32238 + 14453$?

A) 46691 B) 46701 C) 61144 D) 46690

4. Combien font $6767 + 8668$?

A) 24103 B) 15445 C) 15436 D) 15435

5. Combien font $26361 + 2752$?

A) 29113 B) 31865 C) 29115 D) 29123

6. Combien font $98650 + 89551$?

A) 188201 B) 188203 C) 188191 D) 188200

7. Combien font $4866 + 11281$?

A) 16147 B) 16137 C) 16146 D) 27428

8. Combien font $86851 + 57108$?

A) 143969 B) 143959 C) 143961 D) 143960

9. Combien font $3807 + 27152$?

A) 30969 B) 30949 C) 30960 D) 30959

Guide pour les parents

Demandez à votre enfant d'expliquer ses étapes à voix haute avant de vérifier le résultat.

- Faites-lui repérer les deux quantités qui évoluent ensemble, puis demandez-lui quelle opération relie les lignes.
- Encouragez-le à dessiner un petit tableau ou à décomposer le nombre recherché en sommes simples, comme $14 = 12 + 2$.
- Vérifiez avec lui les unités et la phrase-réponse finale, sans donner directement l'opération à utiliser.

Temps conseillé : ~15 min.

Questions fréquentes

Q. Comment savoir si je dois multiplier ou additionner ?

R. Multiplie lorsque tu peux passer directement d'une quantité connue à une autre, par exemple de 4 à 12.
Additionne lorsque tu fabriques la quantité cherchée avec plusieurs lignes, par exemple $14 = 12 + 2$.

Q. Puis-je utiliser plusieurs opérations dans le même problème ?

R. Oui. Dans un problème en plusieurs étapes, tu peux multiplier, partager, puis additionner des lignes correspondantes.

Q. Pourquoi dois-je écrire des phrases entre mes calculs ?

R. Les phrases montrent ce que représente chaque calcul. Elles t'aident à vérifier ton raisonnement et permettent à quelqu'un d'autre de le comprendre.

Q. Que faire si le nombre recherché n'est pas un multiple du nombre de départ ?

R. Construis-le avec des nombres plus simples. Par exemple, pour chercher 14 à partir de 4, tu peux trouver 12 puis ajouter 2.

Corrigé

Exercice 1 — Pose et calcule

1. 43915
2. 52674
3. 67181
4. 47751
5. 155257
6. 81398
7. 131579
8. 103369
9. 165490
10. 137192

Exercice 2 — Défi chrono

1. 78193
2. 98450
3. 27062
4. 165346
5. 30672
6. 151387
7. 88941
8. 99546
9. 91022
10. 124140
11. 139975
12. 35511

Exercice 3 — Complète le nombre manquant

1. 99923
2. 65767
3. 95415
4. 27915
5. 51532
6. 8660
7. 78777
8. 91276

Exercice 4 — Vrai ou faux ?

1. faux, $23808 + 9835 = 33643$
2. faux, $5443 + 47450 = 52893$
3. faux, $57545 + 26324 = 83869$
4. vrai
5. faux, $8237 + 24700 = 32937$
6. vrai

Exercice 5 — Au stand de boissons

1. 18 €. 12 bouteilles coûtent 18 €. — $12 = 4 \times 3$, donc $6 \text{ €} \times 3 = 18 \text{ €}$.
2. 15 €. 10 bouteilles coûtent 15 €. — 8 bouteilles coûtent 12 € et 2 bouteilles coûtent 3 €, donc $12 \text{ €} + 3 \text{ €} = 15 \text{ €}$.

3. 21 €. 14 bouteilles coûtent 21 €. — 12 bouteilles coûtent 18 € et 2 bouteilles coûtent 3 €, donc $18 € + 3 € = 21 €$.

Exercice 6 — Estime avant de calculer

1. Plus proche de 15 € (calcul exact : 14,40 €). — 18 est trois fois plus grand que 6, donc le prix est environ trois fois plus grand que 4,80 €.
2. Plus proche de 40 € (calcul exact : 40,80 €). — 24 est trois fois plus grand que 8, donc 13,60 € est multiplié par 3.
3. Plus proche de 25 € (calcul exact : 25,50 €). — 15 badges coûtent 22,50 € et 2 badges coûtent 3 €, donc le total est 25,50 €.

Exercice 7 — Détective des calculs

1. Erreur : la retenue a été oubliée dans la multiplication. $7,20 \times 3 = 21,60$. — 12 est trois fois plus grand que 4, donc le prix doit être multiplié par 3.
2. Erreur : la retenue a été oubliée dans la multiplication. $8,40 \times 3 = 25,20$. — 18 est trois fois plus grand que 6.
3. Erreur : la virgule a été déplacée au mauvais endroit. $12,50 \times 3 = 37,50$. — 15 est trois fois plus grand que 5, donc le prix est seulement trois fois plus grand.

Évaluation — corrigé

- | | |
|-----------|-------|
| 1. 74808 | / 2.5 |
| 2. 52767 | / 2.5 |
| 3. 99923 | / 2.5 |
| 4. 80307 | / 2.5 |
| 5. 171573 | / 2.5 |
| 6. 96595 | / 2.5 |
| 7. 112908 | / 2.5 |
| 8. 49899 | / 2.5 |

Quiz — réponses

1. **C) 131736** — $85578 + 46158 = 131736$.
2. **C) 152746** — $80374 + 72372 = 152746$.
3. **A) 46691** — $32238 + 14453 = 46691$.
4. **D) 15435** — $6767 + 8668 = 15435$.
5. **A) 29113** — $26361 + 2752 = 29113$.
6. **A) 188201** — $98650 + 89551 = 188201$.
7. **A) 16147** — $4866 + 11281 = 16147$.
8. **B) 143959** — $86851 + 57108 = 143959$.
9. **D) 30959** — $3807 + 27152 = 30959$.

Pour aller plus loin sur exercices-cm2.fr

- › Toutes les fiches de Mathématiques CM2 · </mathematiques/>
- › La démarche de résolution de problèmes en CM2 · </problem-maths-cm2/>
- › Addition et soustraction des nombres décimaux en CM2 · </addition-et-soustraction-cm2/>