

Choisir la meilleure solution en CM2 : Mission 6e

problèmes d'optimisation

CM2

Difficulté ★★



40 min

Objectif : Choisir la meilleure solution

Vidéoprojection

Compétence visée (programme) : Résoudre des problèmes d'optimisation (rechercher la meilleure solution possible sous contraintes)



Nova te résume l'essentiel

- Nova te le rappelle : dans un problème d'optimisation, tu cherches la solution qui répond le mieux à une consigne précise.

- ▶ Lis bien les contraintes : elles indiquent ce que tu dois respecter pour qu'une solution soit possible.
- ▶ Compare les solutions avec une même unité et justifie toujours pourquoi ton choix est le meilleur.

La leçon

Chercher mieux, pas seulement trouver

Dans certains problèmes, il ne suffit pas de trouver une réponse possible. Tu dois rechercher la meilleure solution. Par exemple, tu peux devoir choisir le trajet le plus court, préparer un achat qui coûte le moins cher, remplir des boîtes en utilisant le moins de matériel ou obtenir le plus grand nombre d'objets avec une somme donnée. Ces situations s'appellent des problèmes d'optimisation. Optimiser signifie améliorer un choix selon un objectif. L'objectif peut être de dépenser le moins possible, de gagner le plus de temps, d'utiliser le moins de cartons, de transporter le plus grand nombre d'objets ou de fabriquer la plus grande figure possible. Tu ne choisis donc pas au hasard : tu compares plusieurs solutions possibles puis tu gardes celle qui

correspond le mieux à l'objectif demandé. Attention : la meilleure solution dépend toujours de la question. Si l'on demande le prix le plus faible, tu cherches le plus petit prix. Si l'on demande la plus grande quantité, tu cherches le plus grand nombre. Une solution peut être très rapide mais trop coûteuse ; elle n'est alors pas forcément la meilleure si le but est d'économiser de l'argent. Nova dit : « Commence par repérer ce que tu dois rendre le plus petit ou le plus grand. »

Les mots importants

Objectif : ce que tu cherches à améliorer, par exemple payer le moins cher. Contrainte : une règle obligatoire à respecter, par exemple ne pas dépasser 20 €, utiliser exactement 24 carreaux ou arriver avant une heure donnée. Solution possible : une réponse qui respecte toutes les contraintes. Solution optimale : parmi toutes les solutions possibles, celle qui répond le mieux à l'objectif.

Repère l'objectif et les contraintes

Avant de calculer, lis l'énoncé lentement. Cherche d'abord l'objectif. Des mots comme le moins cher, le plus court, le plus rapide, le plus grand, le maximum ou le minimum t'indiquent souvent ce qu'il faut optimiser. Ensuite, entoure les contraintes. Elles peuvent concerner une somme d'argent, une

longueur, une quantité, un nombre d'objets ou une règle de fabrication. Si tu dois acheter des cahiers avec 15 €, toutes les propositions qui coûtent plus de 15 € sont impossibles. Si tu dois utiliser exactement 30 cm de ruban, une solution avec 28 cm ne convient pas, même si elle est jolie ou peu coûteuse. Une contrainte peut aussi être cachée dans une phrase. « Chaque carton doit contenir le même nombre de livres » impose un partage équitable. « Sans couper les biscuits » interdit de partager un biscuit en morceaux. « Il faut utiliser tous les jetons » signifie qu'il ne doit en rester aucun. Relis donc l'énoncé après tes calculs : une réponse correcte en apparence peut ne pas respecter une règle importante. Quand plusieurs grandeurs sont présentes, ne les mélange pas. Un prix se compare en euros et en centimes. Une distance se compare en mètres ou en kilomètres. Une durée se compare en heures et en minutes. Pour comparer correctement, exprime les mesures dans une même unité. Par exemple, 1 h 15 min correspond à 75 min, car 1 h correspond à 60 min.

La méthode de Nova, étape par étape

- Lis la question finale et souligne l'objectif : cherche-tu le plus petit ou le plus grand résultat ?
- Note les contraintes : budget, quantité disponible, longueur imposée, nombre d'objets ou règle à respecter.

- Cherche plusieurs solutions possibles. Tu peux faire un dessin, un tableau, des calculs ou des essais organisés.
- Élimine les solutions qui ne respectent pas les contraintes.
- Compare les solutions restantes avec la même unité.
- Choisis la solution optimale et écris une phrase de justification complète.

Organise tes essais dans un tableau

Solution testée	Respecte les contraintes ?	Résultat à comparer	Décision
Acheter 3 lots de 4 crayons	Oui : 12 crayons sont achetés	9 €	Possible
Acheter 2 lots de 6 crayons	Oui : 12 crayons sont achetés	8 €	Possible et moins cher
Acheter 1 lot de 10 crayons	Non : il manque 2 crayons	7 €	Impossible

I Comparer sans se tromper

Un tableau t'aide à ne pas oublier une solution. Il permet aussi de séparer deux questions : « Est-ce possible ? » puis « Est-ce le meilleur choix ? » Dans le tableau précédent, le lot de 10 crayons coûte moins cher, mais il ne permet pas d'acheter 12 crayons. Il faut donc l'écarter. Parmi les deux solutions possibles, 8 € est inférieur à 9 € : le choix optimal est d'acheter 2 lots de 6 crayons. Compare seulement des grandeurs de même nature. Tu peux comparer 8 € et 9 €, mais pas 8 € et 12 crayons. Dans un problème avec des prix, calcule d'abord le prix total. Dans un problème avec des trajets, calcule ou lis d'abord la distance totale. Dans un problème de rangement, calcule le nombre de boîtes utilisées. La bonne colonne à comparer dépend de l'objectif. Parfois, deux solutions donnent le même meilleur résultat. Si deux trajets mesurent chacun 2 km, ils sont tous les deux optimaux si l'objectif est de parcourir la distance la plus courte et s'ils respectent les autres contraintes. Tu peux alors écrire qu'il y a deux meilleures solutions. Tu peux aussi utiliser une autre information de l'énoncé pour les départager, seulement si cette information est demandée. Ne confonds pas « une solution qui marche » et « la meilleure solution ». Si trois dispositions permettent de ranger 24 livres, elles sont toutes possibles. Mais si l'on cherche à utiliser le moins d'étagères, seule la disposition qui emploie le plus petit nombre d'étagères est optimale.

Exemple : choisir le moins cher

Pour acheter 18 bouteilles d'eau, un magasin propose des packs de 6 bouteilles à 3 € et des packs de 9 bouteilles à 5 €. Tu peux acheter 3 packs de 6 : $3 \times 3 \text{ €} = 9 \text{ €}$ pour 18 bouteilles. Tu peux acheter 2 packs de 9 : $2 \times 5 \text{ €} = 10 \text{ €}$ pour 18 bouteilles. Les deux achats respectent la contrainte : obtenir exactement 18 bouteilles. Comme 9 € est inférieur à 10 €, acheter 3 packs de 6 est la solution optimale si l'objectif est de payer le moins possible.

Faire des essais organisés

Dans certains problèmes, tu ne connais pas immédiatement toutes les solutions. Fais alors des essais, mais dans un ordre précis. Supposons que tu dois former exactement 20 avec des jetons de 2 et des jetons de 5, en utilisant le moins de jetons possible. Commence par utiliser beaucoup de jetons de 5, car ils ont une valeur plus grande. Quatre jetons de 5 donnent 20 : tu as utilisé 4 jetons. Tu peux aussi faire 2 jetons de 5 et 5 jetons de 2 : cela fait 20, mais tu as utilisé 7 jetons. La première solution est meilleure, car 4 est inférieur à 7. Tu peux aussi partir de la contrainte la plus forte. Si tu dois construire un rectangle avec 24 carrés et chercher celui dont le périmètre est le plus petit, dessine plusieurs rectangles possibles : 1 sur 24, 2 sur 12, 3 sur 8, 4 sur 6. Calcule ensuite

chaque périmètre. Pour un rectangle, le périmètre correspond à la somme des quatre côtés. Un rectangle de 4 carreaux sur 6 carreaux a un périmètre de $4 + 6 + 4 + 6$, soit 20 carreaux. Tu compares alors les périmètres obtenus. Dans cet exemple, les rectangles ont tous la même aire : 24 carrés. Tu peux donc comparer leurs périmètres. N'invente pas une règle du type « le rectangle le plus proche d'un carré est toujours le meilleur » sans calculer : ici, les essais et les calculs prouvent le résultat. Un dessin quadrillé est très utile pour vérifier tes dimensions.

Présente une justification convaincante

La réponse finale doit expliquer ton choix. Évite d'écrire seulement « Je choisis la solution B ». Indique ce que tu as comparé et donne le résultat. Tu peux utiliser une phrase modèle : « Je choisis ... car cette solution respecte toutes les contraintes et elle permet de ... avec ..., ce qui est le plus petit / le plus grand résultat. » Par exemple : « Je choisis 2 packs de 6 crayons car ils permettent d'obtenir 12 crayons et coûtent 8 €, alors que l'autre solution possible coûte 9 €. » Cette phrase montre que tu as vérifié la quantité demandée et comparé les prix. Si une proposition est impossible, explique pourquoi : « Cette solution ne convient pas car elle dépasse le budget de 15 €. » Si plusieurs solutions sont équivalentes, écris-le clairement : « Ces deux solutions sont optimales car elles respectent les contraintes et donnent chacune une durée de 45 min. » Pour préparer

l'entrée en 6e, prends l'habitude de laisser tes essais visibles. Même si tu trouves vite la bonne réponse, tes calculs, ton tableau ou ton schéma montrent comment tu as raisonné. Nova approuve : une solution bien expliquée est plus facile à vérifier.

Vérifie avant de conclure

Avant d'écrire ta réponse, pose-toi trois questions : ai-je respecté toutes les contraintes ? Ai-je comparé la bonne grandeur ? Ai-je justifié pourquoi ma solution est la meilleure ? Si tu réponds oui aux trois questions, ton raisonnement est solide.

Exemples résolus

Acheter exactement 24 biscuits

Énoncé. Une boîte de 6 biscuits coûte 2 € et une boîte de 8 biscuits coûte 3 €. Tu dois acheter exactement 24 biscuits en dépensant le moins possible.

1. Cherche les achats qui permettent d'obtenir exactement 24 biscuits.
2. Avec 4 boîtes de 6 biscuits, tu obtiens $4 \times 6 = 24$ biscuits et tu paies $4 \times 2 \text{ €} = 8 \text{ €}$.
3. Avec 3 boîtes de 8 biscuits, tu obtiens $3 \times 8 = 24$ biscuits et tu paies $3 \times 3 \text{ €} = 9 \text{ €}$.

4. Compare les deux prix possibles : 8 € est inférieur à 9 €.

Résultat : Il faut acheter 4 boîtes de 6 biscuits, car cet achat donne exactement 24 biscuits et coûte 8 €, le prix le plus bas.

Utiliser le moins de cartons

Énoncé. Tu dois ranger 36 livres. Un petit carton contient 6 livres et un grand carton contient 9 livres. Tu dois utiliser le moins de cartons possible, sans laisser de livre de côté.

1. Cherche une solution avec beaucoup de grands cartons, car un grand carton contient davantage de livres.
2. Avec 4 grands cartons, tu ranges $4 \times 9 = 36$ livres.
3. Cette solution utilise 4 cartons.
4. Avec 6 petits cartons, tu ranges aussi $6 \times 6 = 36$ livres, mais tu utilises 6 cartons.
5. Compare le nombre de cartons : 4 est inférieur à 6.

Résultat : Il faut utiliser 4 grands cartons, car ils permettent de ranger les 36 livres avec le plus petit nombre de cartons.

Construire le rectangle au plus petit périmètre

Énoncé. Sur du papier quadrillé, construis un rectangle de 24 carreaux et cherche celui qui a le plus petit périmètre.

1. Liste les dimensions possibles : 1×24 , 2×12 , 3×8 et 4×6 .
2. Calcule les périmètres : $1 + 24 + 1 + 24 = 50$; $2 + 12 + 2 + 12 = 28$; $3 + 8 + 3 + 8 = 22$; $4 + 6 + 4 + 6 = 20$.
3. Compare les périmètres : 20 est le plus petit.

Résultat : Le rectangle de 4 carreaux sur 6 carreaux est optimal, car il contient bien 24 carreaux et son périmètre de 20 carreaux est le plus petit.

Les astuces de Nova



Le radar des mots

Nova repère les mots comme « moins », « plus », « maximum » et « minimum ». Ils indiquent souvent ce que tu dois optimiser.



Possible avant meilleur

Ne compare pas tout de suite. D'abord, élimine ce qui ne respecte pas les règles ; ensuite, cherche le meilleur parmi ce qui reste.



La phrase qui prouve

Termine par « car ». Ce petit mot t'aide à expliquer pourquoi ton choix est vraiment le meilleur.

Mes exercices

1 Repère l'objectif ★☆☆

Indique ce qu'il faut chercher dans chaque situation.

1. Lina veut acheter 15 feutres en dépensant le moins possible.
2. Un jardinier veut planter le plus grand nombre de fleurs dans 4 rangées.
3. Noé choisit le trajet qui dure le moins longtemps.

2 Vérifie les contraintes ★☆☆

Indique si chaque proposition permet d'acheter exactement 18 bouteilles.

1. 3 packs de 6 bouteilles.
2. 2 packs de 8 bouteilles.
3. 1 pack de 6 bouteilles et 1 pack de 12 bouteilles.

3 Choisis l'achat optimal ★☆☆

Choisis l'achat qui permet d'obtenir exactement 12 cahiers au prix le plus bas.

1. Lot A : 4 cahiers pour 3 €. Lot B : 6 cahiers pour 5 €. Quel achat choisis-tu ? A. 3 lots A ; B. 2 lots B ; C. 1 lot A et 1 lot B.