MISSION 6E · MATHÉMATIQUES · FRACTIONS · P3

Problèmes sur les fractions avec correction en CM2 : leçon, exercices et évaluation

Mission 6e

CM2 | Difficulté ★★★ | 30 min | Objectif : Problèmes sur les fractions avec correction | Vidéoprojection

Compétence visée (programme) : Problèmes sur les fractions avec correction

Nova te résume l'essentiel

- Nova te rappelle qu'une fraction indique des parts égales d'un même tout.
- Dans un problème, repère d'abord le tout, puis le nombre de parts et les parts utilisées.

▸ Écris une phrase-réponse claire : elle doit répondre exactement à la question posée.

La leçon

Comprendre ce que raconte une fraction

Une fraction permet de parler d'une ou plusieurs parts d'un tout partagé en parts égales. Dans la fraction 3/5, le nombre du bas, 5, est le dénominateur. Il indique que le tout est découpé en 5 parts égales. Le nombre du haut, 3, est le numérateur. Il indique que l'on prend 3 de ces parts. Dans un problème, le tout peut être une tarte, une collection de billes, une durée, une longueur, une somme d'argent ou une quantité d'eau. Avant de calculer, demande-toi toujours : « Quel est le tout ? » et « En combien de parts égales est-il partagé ? » Sans parts égales, on ne peut pas utiliser une fraction pour décrire un partage. Par exemple, si 12 pommes sont réparties équitablement entre 3 enfants, chaque enfant reçoit 1/3 des pommes, soit 4 pommes. La fraction 1/3 ne veut donc pas dire une pomme : elle signifie une part quand les 12 pommes sont séparées en 3 groupes égaux. Nova te conseille de faire une petite phrase dans ta tête : « Je partage le tout en autant de parts que le dénominateur, puis je prends autant de parts que le numérateur. »

Les mots indispensables

> Le tout est la quantité de départ. Le dénominateur indique le nombre de parts égales. Le numérateur indique le nombre de parts choisies. Une unité est un tout complet : une tablette entière, un litre entier ou une heure entière. Dans 7/4, il y a plus d'une unité complète, car 4/4 vaut une unité.

Lis le problème comme un détective

- Lis une première fois sans calculer. Cherche ce qui est demandé : une quantité, une durée, une longueur, un reste ou une comparaison.
- Entoure le nombre qui représente le tout. Il peut être écrit en chiffres ou en lettres.
- Souligne la fraction ou les fractions utiles. Vérifie qu'elles parlent bien du même tout.
- Repère les mots importants : « de », « reste », « en tout », « encore », « partagé », « la moitié », « le quart ».
- Choisis l'opération adaptée. Pour trouver 1/n d'une quantité, partage par n avec ÷. Pour trouver plusieurs parts, multiplie ensuite par le numérateur avec ×.
- Rédige une phrase-réponse avec l'unité : objets, euros, minutes, centimètres ou litres.

Trouver une fraction d’une quantité

Beaucoup de problèmes demandent de calculer une fraction d’une quantité. Prenons 3/4 de 28. Le dénominateur est 4 : commence par partager 28 en 4 parts égales. Calcule 28 ÷ 4 = 7. Une part, c’est 1/4 de 28, donc 7. Le numérateur est 3 : il faut prendre 3 parts. Calcule 7 × 3 = 21. Ainsi, 3/4 de 28 = 21. Tu peux aussi écrire le calcul en deux lignes : 28 ÷ 4 = 7, puis 7 × 3 = 21. Cette méthode est sûre car elle respecte le sens de la fraction. Attention : ne fais pas directement 28 ÷ 3. Le 3 indique le nombre de parts à prendre, pas le nombre de parts qui composent le tout. Dans certains problèmes, le numérateur vaut 1. Pour trouver 1/6 de 42, un seul calcul suffit : 42 ÷ 6 = 7. Donc 1/6 de 42 vaut 7. Vérifie que le partage tombe juste lorsque le problème porte sur des objets entiers. Si 18 crayons sont partagés en 3 parts égales, chaque part contient 6 crayons. Alors 2/3 de 18 correspondent à 6 × 2, soit 12 crayons.

Décomposer le calcul d’une fraction d’une quantité

Question du problème	Partage en parts égales	Parts à prendre	Réponse
Trouve 1/5 de 35.	35 ÷ 5 = 7	Une seule part : 7	1/5 de 35 = 7
Trouve 2/5 de 35.	35 ÷ 5 = 7	7 × 2 = 14	2/5 de 35 = 14

Trouve 4/7 de 56.	56 ÷ 7 = 8	8 × 4 = 32	4/7 de 56 = 32

Résoudre un problème de partage

Dans un problème de partage, la fraction peut désigner la part reçue par une personne ou un groupe. Exemple : une classe prépare 24 marque-pages. Les 3/8 sont destinés à la bibliothèque. Combien de marque-pages la bibliothèque reçoit-elle ? Le tout est 24 marque-pages. Le dénominateur 8 indique 8 parts égales. Calcule d'abord 24 ÷ 8 = 3. Une part vaut 3 marque-pages. Le numérateur 3 indique qu'il faut prendre 3 parts : 3 × 3 = 9. La bibliothèque reçoit 9 marque-pages. Tu peux vérifier ton résultat : 1/8 de 24 vaut 3, donc 3/8 doit être plus grand que 3 et plus petit que 24. Le nombre 9 convient. Si le problème demande ce qu'il reste, fais une étape supplémentaire. Par exemple, 5/6 de 30 litres d'eau sont utilisés. Tu trouves 30 ÷ 6 = 5, puis 5 × 5 = 25. La quantité utilisée est 25 litres. Pour connaître le reste, calcule 30 – 25 = 5. Il reste 5 litres. Lis attentivement la question finale : parfois elle porte sur la partie utilisée, parfois sur la partie restante.

Ne confonds pas la fraction et le reste

Si 3/4 d'une collection sont rangés, cela ne signifie pas qu'il reste 3/4 de la collection. Il reste 1/4, car 4/4 représente toute la collection et 4/4 – 3/4 = 1/4. Pour trouver le nombre d'objets restants, tu peux calculer la partie rangée puis la retirer au total.

Comparer des fractions dans un problème

Certains problèmes demandent qui a mangé le plus, quel trajet est le plus long ou quelle quantité est la plus grande. Commence par vérifier que les fractions décrivent le même tout. Si deux fractions ont le même dénominateur, compare les numérateurs : avec des parts de même taille, celui qui prend le plus de parts a la plus grande fraction. Ainsi, pour un même gâteau, 5/8 est plus grand que 3/8 car 5 parts de taille identique sont prises au lieu de 3. Si deux fractions ont le même numérateur, compare les dénominateurs, mais seulement pour un même tout. Plus le dénominateur est grand, plus les parts sont petites. Donc, pour une même tablette, 2/3 est plus grand que 2/5 : on prend deux parts dans les deux cas, mais les tiers sont plus grands que les cinquièmes. Tu peux aussi utiliser des fractions simples connues : 1/2 est une moitié, 1/4 est un quart. Pour un même tout, 1/2 est plus grand que 1/4. Dans un problème, une comparaison doit être accompagnée d'une

phrase complète, par exemple : « Lina a mangé davantage, car 5/8 est plus grand que 3/8 pour le même gâteau. »

Choisis la bonne représentation

- Dessine une bande ou un rectangle pour représenter une longueur, une tablette ou une quantité partageable.
- Partage ton dessin en autant de cases égales que le dénominateur.
- Colorie autant de cases que le numérateur.
- Pour une collection, dessine des groupes égaux ou écris le calcul de partage.
- Pour une durée, représente une ligne du temps et partage-la en intervalles égaux.
- Écris sous ton schéma ce qu'il montre : par exemple « 3 cases coloriées sur 5 représentent 3/5 ».

Traiter les fractions plus grandes qu'une unité

Une fraction peut être égale à une unité ou plus grande qu'une unité. Lorsque le numérateur et le dénominateur sont égaux, la fraction vaut une unité entière : 6/6 représente tout le gâteau. Lorsque le numérateur est plus grand que le dénominateur, la fraction dépasse une unité. Par exemple, 9/4 signifie 9 quarts. Tu peux former 4/4, puis encore 4/4, et il reste 1/4 : 9/4 correspond à 2 unités et 1/4. Dans les problèmes simples, cela peut arriver avec des longueurs ou des recettes. Si une

recette utilise 5/4 de litre de lait, elle utilise un litre entier et un quart de litre. Ne cherche pas à dessiner 5 parts dans un seul rectangle partagé en 4 : dessine un premier rectangle entier partagé en 4, puis un second rectangle avec un quart colorié. Cette représentation t’aide à comprendre que la quantité dépasse un tout. Nova te souffle une vérification : si le numérateur est supérieur au dénominateur, ton résultat doit représenter plus d’une unité.

La méthode en quatre mouvements

1. Je repère le tout. 2. Je partage : je divise par le dénominateur. 3. Je prends les parts : je multiplie par le numérateur. 4. Je relis la question et j’écris la phrase-réponse. Nova appelle cela « partager, prendre, répondre ».

Vérifier avant de rendre ta réponse

Une vérification rapide évite beaucoup d’erreurs. D’abord, contrôle l’unité : une réponse en « 15 » seulement est incomplète si le problème parle de billes ou de minutes. Écris « 15 billes » ou « 15 minutes ». Ensuite, regarde si ton résultat est possible. Une fraction inférieure à 1 d’une quantité positive doit donner un résultat inférieur au total. Ainsi, 3/5 de 40 ne peut pas être 48. Si tu as calculé une moitié, ton résultat doit correspondre à un partage en deux groupes égaux. Enfin, relis la

dernière question : « Combien restent-ils ? » ne demande pas la même réponse que « Combien ont été utilisés ? ». Tu peux aussi vérifier avec une addition. Si tu as trouvé que 3/4 de 28 vaut 21, le quart restant vaut 7, et 21 + 7 = 28. Tout retombe juste. Prends le temps de poser tes calculs lisiblement : une démarche claire permet à Nova, à ton enseignant et surtout à toi-même de suivre ton raisonnement.

Exemples résolus

Des livres pour le coin lecture

Énoncé. La bibliothèque de l'école reçoit 36 livres. Les 2/3 sont placés dans le coin lecture. Combien de livres sont placés dans le coin lecture ?

1. Le tout est 36 livres.
2. Je partage en 3 parts égales : 36 ÷ 3 = 12.
3. Je prends 2 parts : 12 × 2 = 24.
4. Je relis la question : elle demande le nombre de livres placés dans le coin lecture.

Résultat : 24 livres sont placés dans le coin lecture.

Le ruban utilisé et le ruban restant

Énoncé. Un rouleau contient 48 m de ruban. Mila utilise 5/6 du rouleau. Quelle longueur de ruban utilise-t-elle ? Quelle longueur reste-t-il ?

1. Le tout est 48 m de ruban.

2. Je trouve un sixième : $48 \div 6 = 8$.

3. Je trouve cinq sixièmes : $8 \times 5 = 40$.

4. Mila utilise 40 m de ruban.

5. Je calcule le reste : $48 - 40 = 8$.

Résultat : Mila utilise 40 m de ruban et il reste 8 m de ruban.

Comparer deux parts du même gâteau

Énoncé. Sur le même gâteau, Yanis mange 3/8 et Zoé mange 5/8. Qui mange la plus grande part ?

1. Les deux fractions parlent du même gâteau.

2. Les dénominateurs sont identiques : les parts ont la même taille.

3. Je compare les numérateurs : 5 est plus grand que 3.

4. Donc 5/8 est plus grand que 3/8.

Résultat : Zoé mange la plus grande part du gâteau.

Les astuces de Nova

Le dénominateur donne le départ

Je regarde le nombre du bas en premier : c'est lui qui me dit par combien partager le tout.

Le numérateur donne l'arrivée

Après le partage, je prends le nombre de parts indiqué en haut. Je pense : « en bas, je partage ; en haut, je prends ».

Le contrôle éclair

Si ma fraction est plus petite qu'une unité, mon résultat doit être plus petit que le total. C'est mon radar anti-erreur.

Mes exercices

1 Repère le tout ★☆☆

Identifie le tout dans chaque problème.

1. Dans une boîte de 20 feutres, 1/4 des feutres est rouge. Quel est le tout ?

2. Un trajet mesure 30 km. Léa parcourt 2/5 du trajet. Quel est le tout ?

2 Calcule des parts simples ★☆☆

Calcule chaque fraction de quantité.

1. Calcule 1/5 de 35.

2. Calcule 1/6 de 42.

3. Calcule 1/4 de 28.

3 Représente une fraction ★☆☆

Trace un rectangle, partage-le en 6 parts égales et colorie 4 parts pour représenter 4/6.

1. Produis le dessin demandé dans le cadre.