MISSION 6E · MATHÉMATIQUES · ESPACE-GEOMETRIE · P5

Les solides en perspective : leçon, exercices et évaluation

Mission 6e

CM2 | Difficulté ★★★ | 40 min | Objectif : Lire un solide dessiné | Vidéoprojection

Compétence visée (programme) : Identifier un solide à partir d'une représentation en perspective ; comprendre que certaines faces, arêtes, sommets ne sont pas visibles (arêtes cachées en pointillés)

Nova te résume l'essentiel

- Nova te le rappelle : un dessin en perspective donne l’impression qu’un solide a du volume.
- Les traits pleins montrent ce que tu vois, tandis que les pointillés montrent les arêtes cachées.

▶ Pour reconnaître un solide, observe ses faces, ses arêtes et ses sommets sans te laisser tromper par la forme du dessin.

La leçon

Regarder un solide comme un objet qui prend de la place

Un solide est un objet en trois dimensions : il a une longueur, une largeur et une hauteur. Il occupe une place dans l'espace. Une boîte à chaussures, un dé, une brique, une canette ou une balle sont des objets que tu peux observer autour de toi. En géométrie, on les représente par des dessins. Pourtant, une feuille est plate : elle n'a que deux dimensions. Pour montrer un objet qui a du volume sur une feuille, on utilise une représentation en perspective.Une représentation en perspective ne montre pas toutes les parties du solide de la même manière. Certaines faces semblent grandes, d'autres semblent plus petites ou inclinées. Des arêtes qui sont parallèles dans la réalité peuvent paraître obliques sur le papier. Ce n'est pas une erreur : c'est une manière de donner l'impression de profondeur. Imagine que tu regardes une boîte posée devant toi. Tu vois sa face de devant, sa face du dessus et peut-être une face de côté. Tu ne vois pas directement la face située derrière. Le

dessin doit pourtant indiquer qu'elle existe.Ne confonds pas le solide réel et son dessin. Un cube dessiné en perspective peut ressembler à un hexagone ou à un assemblage de losanges. Malgré cela, il reste un cube : il possède toujours les mêmes faces, les mêmes arêtes et les mêmes sommets. Pour bien lire une perspective, ne te fie donc pas seulement à la silhouette extérieure. Cherche surtout les éléments géométriques du solide.

Le vocabulaire à connaître

Mot	Ce que cela désigne	Exemple sur un cube
Face	Une surface plane qui forme le bord du solide.	Le cube possède 6 faces carrées.
Arête	Le segment où deux faces se rencontrent.	Le cube possède 12 arêtes.
Sommet	Le point où plusieurs arêtes se rencontrent.	Le cube possède 8 sommets.
Base	Une face choisie comme face de départ pour décrire certains solides.	Un prisme droit possède 2 bases identiques et parallèles.

Perspective	Un dessin qui donne une impression de profondeur sur une feuille plate.	On peut voir 3 faces d’un cube à la fois.

Traits pleins et pointillés : le code du dessin

Sur une représentation en perspective, les traits pleins indiquent les arêtes visibles. Ce sont les arêtes que tu pourrais voir en regardant le solide depuis la position choisie. Les pointillés indiquent les arêtes cachées. Elles existent réellement, mais elles sont derrière une face ou sous le solide : elles ne sont pas visibles directement.Par exemple, imagine un cube posé sur une table et observé légèrement par-dessus. Tu vois sa face avant, sa face du dessus et une face latérale. Les arêtes situées à l’arrière ou en bas peuvent être cachées. Elles sont alors dessinées en pointillés. Les pointillés ne veulent pas dire que l’arête est coupée, abîmée ou moins longue. Ils signifient seulement : « cette arête est cachée à ton regard ». Une arête en pointillés a exactement le même rôle qu’une arête en trait plein.Fais attention : une face cachée n’est pas toujours entourée uniquement de pointillés. Une partie de son contour peut être commune avec une face visible. Sur un cube, une arête peut séparer une face visible et une face cachée : selon la position du solide, elle peut être visible ou cachée. Observe donc l’ensemble du dessin avant de décider quel trait

utiliser.Quand tu dois compléter une perspective, demande-toi : « Est-ce que je pourrais voir cette arête sans traverser le solide ? » Si oui, trace un trait plein. Si non, trace des pointillés. Nova te conseille de t'imaginer en train de tourner doucement autour de l'objet, sans déplacer la feuille.

Règle essentielle

> Dans une représentation en perspective, une arête cachée se trace en pointillés et une arête visible se trace en trait plein. Les pointillés montrent une partie réelle du solide, même si elle est derrière une face.

Reconnais les solides les plus fréquents

- Le cube possède 6 faces carrées égales, 12 arêtes et 8 sommets. En perspective, ses faces peuvent sembler être des parallélogrammes, mais elles représentent toujours des carrés.
- Le pavé droit possède 6 faces rectangulaires, 12 arêtes et 8 sommets. Une boîte à chaussures ressemble souvent à un pavé droit. Certaines de ses faces peuvent être des carrés.
- Le prisme droit possède 2 bases identiques et parallèles. Ses autres faces sont des rectangles. Un prisme droit peut avoir des bases triangulaires, pentagonales ou d'une autre forme polygonale.

- La pyramide possède une base et des faces triangulaires qui se rejoignent en un seul sommet appelé pointe. Une pyramide à base carrée possède 5 faces, 8 arêtes et 5 sommets.
- Le cylindre possède 2 bases circulaires identiques et une surface latérale arrondie. Il n’a pas de sommet et pas d’arête droite.
- Le cône possède une base circulaire et une pointe. Sa surface latérale est arrondie. Il possède 1 sommet.
- La boule, aussi appelée sphère, est entièrement arrondie. Elle n’a ni face plane, ni arête, ni sommet.

Une méthode en quatre étapes pour identifier un solide

Quand un solide est dessiné en perspective, commence par regarder s’il a des faces planes ou des surfaces arrondies. Si tu vois une surface arrondie avec deux cercles ou deux ovales, pense au cylindre. Si tu vois une surface arrondie qui se termine par une pointe, pense au cône. Si tout est arrondi et qu’aucune arête n’apparaît, pense à la boule.Ensuite, compte ou repère les sommets. Une pyramide possède une pointe où se rejoignent plusieurs arêtes. Un cube et un pavé droit ont chacun 8 sommets. Toutefois, tous les sommets ne sont pas forcément visibles : certains peuvent être reliés par des pointillés. Ne compte pas seulement les points que tu vois immédiatement ; suis aussi les

arêtes cachées.Puis observe la forme des faces. Si les faces sont toutes des carrés de même taille, il s'agit d'un cube. Si les faces sont des rectangles et que les dimensions ne sont pas toutes les mêmes, il s'agit souvent d'un pavé droit. Si tu repères deux faces identiques placées l'une en face de l'autre, reliées par des rectangles, il s'agit d'un prisme droit. Si toutes les faces latérales montent vers une même pointe, il s'agit d'une pyramide.Enfin, vérifie ton idée avec les arêtes. Le cube et le pavé droit ont tous les deux 12 arêtes : il faut donc observer les faces pour les distinguer. Une pyramide à base carrée a une base carrée de 4 arêtes et 4 arêtes qui relient les sommets de la base à la pointe. Elle a donc 8 arêtes. Cette vérification t'évite de répondre trop vite.

Exemple : cube ou pavé droit ?

> Tu vois un solide à 8 sommets et 12 arêtes. Il peut s'agir d'un cube ou d'un pavé droit. Observe alors ses faces : si elles représentent toutes des carrés égaux, choisis le cube. Si certaines faces sont plus longues que larges, choisis le pavé droit. En perspective, les carrés peuvent sembler inclinés : cherche les informations données par le dessin ou par l'énoncé.

Compléter une représentation sans te tromper

Pour compléter le dessin d’un solide, commence par repérer les sommets déjà placés. Un sommet est souvent l’extrémité de plusieurs segments. Relie ensuite les sommets qui doivent appartenir à une même face. Procède face par face, plutôt que de tracer des segments au hasard.Supposons que tu complètes un cube. Il faut retrouver deux quadrilatères semblables : l’un représente une face proche, l’autre une face éloignée. Ensuite, relie les sommets correspondants. Les segments qui semblent aller vers le fond donnent la profondeur. Parmi ces segments, certains sont visibles et d’autres sont cachés. Les arêtes du fond ou du dessous sont souvent en pointillés, mais vérifie toujours la position choisie.Respecte aussi les alignements. Si trois sommets sont sur une même arête, ce n’est pas possible : une arête est un segment entre deux sommets. Si une ligne traverse l’intérieur du solide sans relier deux sommets, elle ne représente généralement pas une arête. De même, ne dessine pas une diagonale d’une face si l’énoncé ne la demande pas. Une diagonale coupe une face ; une arête est sur le bord du solide.Utilise une règle pour les traits pleins et pour les pointillés. Fais des pointillés réguliers, assez rapprochés pour que l’on comprenne qu’ils forment une seule arête. Quand ton dessin est terminé, contrôle chaque sommet : les arêtes qui arrivent à ce sommet doivent correspondre aux faces du solide. Cette relecture finale est très utile pour préparer l’entrée en 6e.

Les vérifications de Nova avant de répondre

- Je cherche d’abord si le solide est tout plat, tout arrondi ou formé de faces planes.
- Je repère les pointillés : ils ajoutent des arêtes cachées à celles que je vois.
- Je compte les sommets et les arêtes seulement après avoir suivi tous les traits.
- Je vérifie la forme des bases et des faces avant de nommer le solide.
- Je ne confonds pas une arête, qui est sur le bord du solide, avec une diagonale, qui traverse une face.

Attention aux dessins trompeurs

Un carré dessiné en perspective peut paraître penché. Un cercle dessiné en perspective peut paraître ovale. Cela ne change pas la nature du solide : un cylindre a bien des bases circulaires, même si elles sont représentées par des ovales. Lis le dessin comme la vue d’un objet, pas comme une figure plate.

Exemples résolus

Identifier un solide à faces rectangulaires

Énoncé. Un dessin en perspective montre un solide avec 8 sommets, 12 arêtes et 6 faces rectangulaires. Quel est ce solide ?

1. Repère que le solide possède uniquement des faces planes.
2. Observe qu'il a 8 sommets et 12 arêtes : cela peut correspondre à un cube ou à un pavé droit.
3. Lis l'information sur les faces : elles sont rectangulaires et ne sont pas toutes des carrés égaux.
4. Choisis le solide qui possède 6 faces rectangulaires.

Résultat : C'est un pavé droit.

Comprendre une arête en pointillés

Énoncé. Sur le dessin d'une pyramide à base carrée, une arête de la base est en pointillés. Que signifie ce tracé ?

1. Observe que les pointillés ne coupent pas l'arête : ils suivent un segment entier.

2. Rappelle-toi le code de la perspective.
3. Comprends que cette arête appartient bien à la pyramide, mais qu'elle est placée derrière une face visible.

Résultat : L'arête en pointillés est une arête cachée.

Choisir le bon trait pour finir un cube

Énoncé. Tu dois relier deux sommets situés derrière la face avant d'un cube. Quel trait dois-tu tracer ?

1. Imagine le cube en volume et place la face avant devant toi.
2. Les deux sommets à relier sont derrière cette face.
3. L'arête existe, mais elle ne peut pas être vue directement depuis cette position.
4. Utilise le code des arêtes cachées.

Résultat : Tu dois tracer cette arête en pointillés.

Les astuces de Nova

Le message secret des pointillés

Nova code les arêtes cachées avec des pointillés : « Je suis là, mais je me cache derrière ! »

Le test de la main

Cache avec ta main la face avant imaginée : si une arête disparaît derrière elle, dessine-la en pointillés.

Le détective des sommets

Nova compte les sommets en suivant les arêtes, y compris les pointillés. Ainsi, aucun sommet caché ne s'échappe.

Mes exercices

1 Les mots du solide ★☆☆

Choisis le bon mot pour chaque définition.

1. Le point où plusieurs arêtes se rencontrent : face, arête ou sommet ?
2. Le segment où deux faces se rencontrent : face, arête ou sommet ?
3. La surface plane qui borde un solide : face, arête ou sommet ?

2 Le code de la perspective ★☆☆

Indique si chaque affirmation est vraie ou fausse.

1. Une arête en pointillés est une arête cachée.
2. Une arête en pointillés n'appartient pas au solide.
3. Une représentation en perspective donne une impression de profondeur.

3 Quel solide reconnais-tu ? ★☆☆

Associe chaque description au nom du solide.

1. Il possède 6 faces carrées égales, 12 arêtes et 8 sommets.
2. Il possède deux bases circulaires et une surface latérale arrondie.
3. Il possède une base et des faces triangulaires qui se rejoignent en une pointe.

4. Il est entièrement arrondi et ne possède ni arête ni sommet.