

Suites de motifs évolutives en CM2 : leçon, exercices et évaluation



CM2

Difficulté ★★



30 min

Objectif : Suites de motifs évolutives

Vidéoprojection

Compétence visée (programme) : Identifier des régularités et poursuivre une suite de motifs évolutive ; trouver le nombre d'éléments pour une étape donnée



Nova te résume l'essentiel

- ▶ Nova te guide : dans une suite évolutive, le motif change selon une règle régulière.
- ▶ Observe plusieurs étapes pour comprendre ce qui est ajouté, retiré ou déplacé.

- Pour trouver une étape lointaine, cherche la structure de la suite au lieu de dessiner tous les motifs.

La leçon

I Une suite qui se transforme

Une suite de motifs évolutive est une série de dessins construits dans un ordre précis. À chaque étape, le motif se transforme : il peut grandir, perdre des éléments, alterner ses couleurs, changer de direction ou suivre plusieurs règles à la fois. Par exemple, imagine une suite de carrés : à l'étape 1, il y a 2 carrés ; à l'étape 2, il y en a 4 ; à l'étape 3, il y en a 6. Le nombre de carrés augmente de 2 à chaque fois. La règle est donc : « J'ajoute 2 carrés à chaque étape. » Deux tâches t'attendent tout au long de cette leçon : poursuivre la suite en dessinant le motif suivant à la bonne place, et calculer le nombre d'éléments d'une étape éloignée sans tout dessiner. Une suite évolutive n'est pas une collection de dessins posés au hasard : chaque étape est liée à la précédente et obéit à une même règle. Nova te conseille de ne pas répondre trop vite : une seule image ne suffit presque jamais pour comprendre une suite.

Les mots importants

Une étape est la position d'un motif dans la suite : étape 1, étape 2, étape 3... Le rang est le numéro de l'étape. La règle d'évolution explique ce qui change d'une étape à la suivante. La structure est l'organisation du motif : lignes, colonnes, bordure, centre ou groupes d'éléments.

Commence toujours par observer

- Lis le numéro de chaque étape. Ne confonds pas le rang de l'étape avec le nombre d'éléments dessinés.
- Compte les éléments de chaque motif : carrés, points, allumettes, triangles ou jetons.
- Observe leur place : sont-ils ajoutés à droite, en bas, tout autour, ou dans une nouvelle ligne ?
- Cherche ce qui reste identique et ce qui change. Le centre peut rester fixe pendant que la bordure grandit.
- Compare au moins deux passages successifs : de l'étape 1 à l'étape 2, puis de l'étape 2 à l'étape 3.
- Dis la règle avec une phrase précise : « J'ajoute une rangée de 3 carrés » est plus utile que « ça augmente ».

I Distingue le rang et le nombre d'éléments

Le rang indique où se trouve le motif dans la suite. Le nombre d'éléments indique combien il contient. Ces deux nombres ne sont pas forcément les mêmes. Dans une suite, l'étape 1 peut contenir 3 triangles, l'étape 2 peut en contenir 5 et l'étape 3 peut en contenir 7 : les rangs sont 1, 2 et 3, tandis que les nombres de triangles sont 3, 5 et 7. Si l'on demande le nombre de triangles à l'étape 10, tu ne dois pas écrire 10 sans vérifier la règle. Ici, on ajoute 2 triangles à chaque étape : à partir de 3 triangles à l'étape 1, l'étape 10 contient donc $3 + 9 \times 2$ triangles, car il y a 9 passages entre l'étape 1 et l'étape 10. Retiens bien : le rang n'est jamais le nombre d'ajouts à effectuer.

I Lis une évolution régulière

Rang de l'étape	Nombre de perles	Ce qui est ajouté
1	4	Le premier motif contient 4 perles.
2	7	+ 3 perles
3	10	+ 3 perles
4	13	+ 3 perles

| Trouve la règle avec les écarts

Quand les motifs sont formés d'éléments identiques, tu peux étudier les écarts entre les nombres. Dans le tableau, les nombres sont 4, 7, 10 et 13. Calcule les différences : $7 - 4 = 3$, $10 - 7 = 3$ et $13 - 10 = 3$. Le même écart apparaît chaque fois : la suite augmente de 3 perles à chaque étape. Cette méthode ne fonctionne que si le même ajout ou le même retrait se répète à chaque passage. Si les écarts sont différents, ne conclus pas trop vite : 2, 5, 9, 14 augmente de 3, puis de 4, puis de 5, la règle n'est pas « j'ajoute toujours la même quantité », mais « j'ajoute 3, puis 4, puis 5... ». Regarde aussi le dessin, car il peut révéler pourquoi les ajouts changent.

| Exemple : une tour de cubes

À l'étape 1, une tour a 2 cubes. À l'étape 2, elle a 5 cubes. À l'étape 3, elle a 8 cubes. Les écarts sont $5 - 2 = 3$ et $8 - 5 = 3$. La règle est : « J'ajoute 3 cubes à chaque étape. » L'étape 4 aura 11 cubes et l'étape 5 aura 14 cubes. Pour dessiner l'étape suivante, ajoute exactement 3 cubes, sans changer ceux qui étaient déjà présents.

| Regarde la forme, pas seulement le total

Deux motifs peuvent contenir le même nombre d'éléments tout en ayant des structures différentes : il faut donc observer la disposition, pas seulement le total. Une figure peut grandir en ajoutant une ligne et une colonne. Par exemple, un carré de 2 rangées et 2 colonnes contient 4 petits carrés ; un carré de 3 rangées et 3 colonnes contient 9 petits carrés. Le total ne passe pas de 4 à 6 : il passe de 4 à 9, car on ajoute une ligne de 3 carrés et une colonne de 2 carrés. Le carré placé dans le coin est commun à la nouvelle ligne et à la nouvelle colonne : il ne faut pas le compter deux fois. Pour comprendre un motif géométrique, découpe-le mentalement en parties : les lignes, les colonnes, la bordure et le centre, c'est cette disposition qu'il faut reproduire quand tu poursuis la suite, pas seulement un total. Nova dit : « Compte les groupes avant de compter les petits carrés un par un. »

| Une méthode pour une étape éloignée

- Écris le rang demandé et le nombre connu au départ.
- Trouve combien de passages séparent les deux étapes. De l'étape 2 à l'étape 8, il y a 6 passages.
- Repère ce qui est ajouté ou retiré à chaque passage.
- Calcule le total ajouté ou retiré. Si l'on ajoute 4 éléments pendant 6 passages, calcule 6×4 .
- Ajoute ou retire ce total au nombre de départ.

- Relis la question et indique clairement le nombre d'éléments à l'étape demandée.

| Calcule sans dessiner toutes les étapes

Dessiner chaque étape est utile au début, mais cela devient long pour une étape éloignée. Suppose qu'à l'étape 1 il y a 6 étoiles et que l'on ajoute 4 étoiles à chaque étape. Pour l'étape 7, il faut passer 6 fois d'une étape à la suivante : calcule $6 \times 4 = 24$, puis $6 + 24 = 30$. L'étape 7 contient 30 étoiles ; tu peux vérifier en poursuivant rapidement : 6, 10, 14, 18, 22, 26, 30. Si la suite retire des éléments, utilise une soustraction : une suite commence avec 25 jetons et en perd 3 à chaque étape, donc après 4 passages il reste $25 - 4 \times 3$, soit 13 jetons. Vérifie toujours qu'un nombre d'éléments ne devient pas négatif : un dessin ne peut pas contenir moins de zéro élément.

| Ne confonds pas une alternance et une augmentation

Dans certaines suites, les motifs alternent. Par exemple : un triangle rouge, un triangle bleu, un triangle rouge, un triangle bleu. Ici, le nombre de triangles ne change pas ; seule la couleur alterne. D'autres suites suivent deux règles en même temps : on ajoute un carré et on alterne rouge, bleu, rouge, bleu. Vérifie séparément le nombre, la forme, la position et la couleur.

Explique ton raisonnement

En mathématiques, une réponse est plus claire lorsqu'elle montre la règle utilisée. Au lieu d'écrire seulement « 23 », écris par exemple : « À chaque étape, on ajoute 3 points. De l'étape 2 à l'étape 7, il y a 5 passages. Donc on ajoute $5 \times 3 = 15$ points. Comme l'étape 2 contient 8 points, l'étape 7 en contient $8 + 15 = 23$. » Cette phrase permet de vérifier le calcul, à toi comme à ton enseignant. Pour préparer l'entrée en 6e, entraîne-toi à transformer ce que tu observes dans un dessin en une phrase, puis en un calcul. Le dessin montre la structure ; la phrase exprime la règle ; le calcul permet d'atteindre une étape lointaine.

Le contrôle final de Nova

Avant de valider ta réponse, demande-toi : « Ai-je compté les passages et non les numéros d'étapes ? Ai-je respecté la forme du motif ? Ma règle fonctionne-t-elle pour toutes les étapes montrées ? » Si tu réponds oui à ces trois questions, ton raisonnement est solide.

Exemples résolus

Des jetons ajoutés régulièrement

Énoncé. À l'étape 1, un motif contient 5 jetons. On ajoute 3 jetons à chaque étape. Combien de jetons y a-t-il à l'étape 6 ?

1. Repère le nombre de départ : l'étape 1 contient 5 jetons.
2. Compte les passages de l'étape 1 à l'étape 6 : il y en a 5.
3. Calcule les jetons ajoutés : $5 \times 3 = 15$.
4. Ajoute ce total au nombre de départ : $5 + 15 = 20$.

Résultat : À l'étape 6, le motif contient 20 jetons.

Une bordure qui grandit

Énoncé. Un motif est formé d'une ligne de carrés. L'étape 1 contient 4 carrés, l'étape 2 en contient 6 et l'étape 3 en contient 8. Combien de carrés y aura-t-il à l'étape 9 ?

1. Observe les écarts : $6 - 4 = 2$ et $8 - 6 = 2$.

2. Formule la règle : on ajoute 2 carrés à chaque étape.

3. De l'étape 1 à l'étape 9, il y a 8 passages.

4. Calcule les carrés ajoutés : $8 \times 2 = 16$.

5. Calcule le total : $4 + 16 = 20$.

Résultat : À l'étape 9, il y aura 20 carrés.

Une suite qui alterne

Énoncé. Les étapes montrent successivement 2 étoiles rouges, 2 étoiles bleues, 2 étoiles rouges, 2 étoiles bleues. Décris l'étape 7.

1. Observe que le nombre d'étoiles reste toujours égal à 2.

2. Observe que les couleurs alternent rouge, bleu, rouge, bleu.

3. Les étapes impaires sont rouges : 1, 3, 5 et 7.

Résultat : L'étape 7 montre 2 étoiles rouges.

Les astuces de Nova



Le compte des passages

Nova compte les portes entre les étapes : de 1 à 5, il y a 4 portes à franchir, donc 4 ajouts ou 4 retraits.



La phrase-règle

Avant de calculer, dis la règle à voix basse : « J'ajoute... », « Je retire... » ou « J'alterne... ». Si ta phrase est précise, ton calcul sera plus facile.



Les quatre détecteurs

Active les détecteurs de Nova : nombre, forme, place et couleur. Une suite peut changer sur un seul détecteur ou sur plusieurs.

Mes exercices

1 Repère la règle ★★

Observe les nombres et indique ce qui est ajouté à chaque étape.

1. 3, 5, 7, 9, ...
2. 10, 14, 18, 22, ...
3. 21, 18, 15, 12, ...

2 Poursuis les suites ★★

Complète chaque suite avec les trois nombres suivants.

1. 2, 6, 10, 14, ..., ..., ...
2. 30, 25, 20, 15, ..., ..., ...
3. 1, 4, 7, 10, ..., ..., ...

3 Construis les étapes suivantes ★★

Dessine dans le cadre l'étape 4 puis l'étape 5 d'une suite de lignes de carrés : étape 1 = ■■■ ;
étape 2 = ■■■■■ ; étape 3 = ■■■■■■.

1. Étape 4

2. Étape 5