Comprendre les volumes en CM2 : leçon, exercices et évaluation

Mission 6e

CM2 | Difficulté ★★★ | 40 min | Objectif : Mesurer un volume | Fiche élève

Prénom : .....

Date : .....

Compétence visée (programme) : Comprendre la notion de volume et le mesurer en comptant des cubes unités, en cm^3

Nova te résume l'essentiel

- Nova te l'explique : le volume indique la place occupée par un objet dans l'espace.
- Pour mesurer un volume, imagine que tu remplis l'objet avec des petits cubes tous identiques.
- Le nombre de cubes nécessaires donne le volume, exprimé par exemple en cm^3.

La leçon

Le volume : une place dans l'espace

Observe une boîte, un dé ou une brique de construction. Ces objets occupent une certaine place : ils ont une longueur, une largeur et une hauteur. La mesure de cette place occupée s'appelle le volume. Le volume ne dit pas seulement si un objet est long ou haut. Il dit combien d'espace il remplit. Une petite boîte peut être assez haute mais très étroite : son volume peut alors être faible. À l'inverse, une boîte basse mais large peut avoir un volume important. Pour comprendre le volume, imagine que tu peux remplir l'objet sans laisser de trou avec de tout petits cubes identiques. Plus il faut de cubes, plus le volume est grand. Nova te donne une image simple : le volume, c'est le nombre de places de petit cube cachées à l'intérieur d'un solide. Un solide est une forme en trois dimensions, que tu peux tenir ou observer sous plusieurs faces. Le cube et le pavé droit sont des solides très utiles pour débuter.

Le cube unité

Le cube unité est le petit cube choisi pour mesurer. Si chaque arête de ce cube mesure 1 cm, son volume est de 1 cm^3, lu « un centimètre cube ». Le petit ^{3} signifie que l'on mesure un espace en trois dimensions : longueur, largeur et hauteur.

Ne confonds pas longueur, aire et volume

Ces trois mesures ne répondent pas à la même question. Une longueur mesure une ligne, par exemple le bord d'une règle : on peut l'exprimer en cm. Une aire mesure la surface d'une face, par exemple le dessus d'une table : on peut l'exprimer en cm^2. Un volume mesure l'espace occupé par un solide : on l'exprime en cm^3 lorsque l'on utilise des cubes de 1 cm d'arête. Les écritures cm, cm^2 et cm^3 ne veulent donc pas dire la même chose. Regarde un cube de 1 cm d'arête. Une arête mesure 1 cm. Une de ses faces a une aire de 1 cm^2. Le cube entier a un volume de 1 cm^3. Le même objet permet de voir les trois mesures, mais il faut toujours choisir celle qui correspond à la question. Si l'on te demande combien de petits cubes remplissent une boîte, tu cherches un volume, pas une longueur ni une aire.

Usage classe et famille autorisé

Les mots à connaître

Mot	Ce qu'il signifie	Exemple
solide	Objet qui a une longueur, une largeur et une hauteur.	Un dé est un solide.
cube	Solide ayant 6 faces carrées identiques.	Un cube de construction.
pavé droit	Solide dont les faces sont des rectangles, parfois des carrés.	Une boîte à chaussures.
arête	Segment où deux faces se rejoignent.	Le bord droit d'un cube.
couche	Rangée de cubes posée à une même hauteur.	Le fond d'une boîte rempli de cubes.
volume	Place occupée par un solide.	12 cubes unités occupent un volume de 12 cm^3.

Compter les cubes visibles et les cubes cachés

Un solide peut être construit avec des cubes unités. Pour trouver son volume, compte tous les cubes : ceux que tu vois et ceux qui peuvent être cachés derrière ou dessous. Commence par repérer les couches. La couche du bas est souvent la plus facile à compter. Puis observe si une deuxième couche est posée au-dessus. Si les couches sont identiques, tu peux compter une couche et multiplier par le nombre de couches. Par exemple, un assemblage possède 4 cubes sur la première couche et 4 cubes sur la deuxième couche. Il contient 4 × 2 = 8 cubes. Son volume est donc 8 cm^3 si les cubes sont des cubes de 1 cm d'arête. Attention : ne compte jamais seulement les cubes dessinés à l'avant. Dans une construction, certains cubes sont cachés. Cherche les colonnes de cubes, les rangées et les couches. Quand un dessin est en perspective, les traits obliques t'aident à comprendre la profondeur de l'objet.

Une méthode sûre pour compter un assemblage

- Repère le cube unité et lis son unité de mesure : cm^3, par exemple.
- Compte les cubes d'une première couche, sans oublier ceux qui sont à l'arrière.
- Compte le nombre de couches semblables ou décris les couches une par une si elles sont différentes.
- Additionne les cubes de chaque couche ou effectue une multiplication lorsque les couches sont identiques.
- Écris le résultat avec son unité : un nombre seul ne suffit pas pour donner un volume.

Le pavé droit rempli de cubes

Un pavé droit ressemble à une boîte rectangulaire. Lorsqu'il est rempli de cubes unités sans espace vide, son volume peut être trouvé en organisant le comptage. Commence par le fond. Si le fond contient 3 rangées de 5 cubes, il y a 3 × 5 = 15 cubes dans une couche. Si le pavé droit comporte 2 couches identiques, il contient 15 × 2 = 30 cubes. Son volume est 30 cm^3. Tu peux aussi écrire le calcul en une seule ligne : 3 × 5 × 2 = 30. Les trois nombres représentent la longueur, la largeur et la hauteur en nombre de cubes unités. Cette méthode est valable seulement si le solide est entièrement rempli de cubes identiques, rangés sans trou et en couches régulières. Si un cube manque, si une marche apparaît ou si les couches n'ont pas toutes la même forme, compte chaque partie séparément. Nova insiste : avant de multiplier, vérifie que chaque couche est bien identique.

Règle pour un pavé droit régulier

Si un pavé droit est rempli sans trou par des cubes unités identiques et si toutes ses couches sont semblables, calcule : nombre de cubes sur la longueur × nombre de cubes sur la largeur × nombre de couches. Le résultat est le nombre total de cubes unités.

Lire les dimensions avec soin

Sur certains dessins, les dimensions d'un pavé droit sont indiquées en centimètres. Si la longueur est 4 cm, la largeur 3 cm et la hauteur 2 cm, et si l'on travaille avec des cubes de 1 cm d'arête, cela signifie qu'il y a 4 cubes sur la longueur, 3 cubes sur la largeur et 2 couches. Le volume est donc $4 \times 3 \times 2 = 24$ cm³. En revanche, ne transforme pas une mesure en volume sans comprendre l'unité choisie. Dire qu'une boîte mesure 4 cm de long ne donne pas, à lui seul, son volume. Il faut aussi connaître sa largeur et sa hauteur. De même, deux pavés droits peuvent avoir le même volume mais des formes différentes. Un pavé de 2 cm × 3 cm × 4 cm et un pavé de 1 cm × 2 cm × 12 cm ont tous les deux un volume de 24 cm³. Ils ne sont pourtant pas aussi larges, ni aussi hauts. Le volume mesure la place totale occupée, pas la forme exacte.

Quand les couches ne sont pas toutes pareilles

Certains assemblages forment un escalier ou possèdent un trou. Dans ce cas, évite une multiplication trop rapide. Découpe mentalement la construction en parties simples. Par exemple, une couche du bas contient 6 cubes et une couche du haut contient 3 cubes : le volume est $6 + 3 = 9$ cm³. Tu peux aussi partir d'un pavé droit complet puis enlever les cubes absents. Imagine un bloc de $3 \times 2 \times 2$ cubes : il contiendrait 12 cubes. Si 2 cubes ont été retirés, le volume de la construction est $12 - 2 = 10$ cm³. Cette méthode est utile uniquement lorsque tu sais exactement où se trouvent les cubes manquants. Vérifie toujours que tu n'enlèves pas deux fois le même cube. Un dessin clair, avec une couleur différente pour chaque couche, peut t'aider à organiser ton raisonnement.

Les pièges à éviter

Ne confonds pas le nombre de faces visibles avec le nombre de cubes. Ne compte pas deux fois un même cube vu par deux faces. Ne donne pas un résultat en cm² pour un volume : utilise cm³. Enfin, n'utilise pas une multiplication si les rangées ou les couches ne sont pas toutes régulières.

Expliquer ton raisonnement

Une fois ton calcul posé, mets-le à l'épreuve avec du matériel réel : cubes de construction, sucres en morceaux ou petites boîtes empilables. Construis toi-même un assemblage de plusieurs couches, cache une partie à un camarade et demande-lui de deviner le nombre de cubes manquants avant de vérifier en démontant la construction couche par couche. Cherche aussi à construire deux assemblages différents qui contiennent exactement le même nombre de cubes : tu verras qu'ils n'ont pas besoin de se ressembler pour avoir le même volume. Cette recherche par la manipulation t'aide à comprendre pourquoi un même volume peut prendre des formes très variées. Quand tu reviens à l'écrit, explique toujours ce que représentent tes nombres, par exemple : « Je compte les cubes de chaque couche, puis j'additionne si elles sont différentes ou je multiplie si elles sont identiques. » Avant de conclure, vérifie deux choses : ai-je compté tous les cubes, y compris les cubes cachés ? Ai-je écrit la bonne unité ? Nova est formel : une unité bien choisie termine toujours une réponse de volume.

Exemples résolus

Compter deux couches identiques

Énoncé. Une construction est formée de 5 cubes sur la première couche et de 5 cubes sur la deuxième couche. Chaque cube est un cube unité de 1 cm d'arête.

1. Repère qu'il y a 2 couches identiques.
2. Compte 5 cubes dans une couche.
3. Calcule $5 \times 2 = 10$.
4. Ajoute l'unité de volume.

Résultat : Le volume de la construction est 10 cm³.

Calculer le volume d'un pavé droit

Énoncé. Un pavé droit est rempli de cubes de 1 cm d'arête. Il mesure 4 cubes de long, 3 cubes de large et 2 cubes de haut.

1. Compte les cubes du fond : 4 × 3 = 12 cubes dans une couche.
2. Repère 2 couches identiques.
3. Calcule 12 × 2 = 24.
4. Écris le volume avec l'unité cm^3.

Résultat : Le volume du pavé droit est 24 cm^3.

Additionner des couches différentes

Énoncé. Un assemblage a une couche du bas de 8 cubes et une couche du haut de 3 cubes.

1. Les deux couches ne sont pas identiques : ne multiplie pas.
2. Compte 8 cubes dans la couche du bas.
3. Ajoute les 3 cubes de la couche du haut : 8 + 3 = 11.
4. Écris l'unité de volume.

Résultat : Le volume de l'assemblage est 11 cm^3.

Usage classe et famille autorisé

Mes exercices

1 Reconnaître une mesure de volume ★☆☆

Choisis la mesure qui exprime un volume.

1. Le volume d'un petit cube de 1 cm d'arête s'exprime en... .....
2. Le volume d'une boîte remplie de cubes se mesure avec... .....

2 Compléter les unités ★☆☆

Complète chaque réponse avec l'unité qui convient.

1. Un cube unité dont chaque arête mesure 1 cm a un volume de 1 ... .
2. Un assemblage contient 9 cubes de 1 cm d'arête. Son volume est de 9 ... .
3. Le bord d'un cube de 1 cm d'arête mesure 1 ... .

3 Compter des couches identiques ★☆☆

Calcule le volume de chaque assemblage de cubes unités.

1. 3 couches identiques de 4 cubes chacune. .....
2. 2 couches identiques de 7 cubes chacune. .....
3. 5 couches identiques de 2 cubes chacune. .....

4 Construire un pavé droit en cubes ★★☆

Trace dans le cadre un pavé droit de 3 cubes de long, 2 cubes de large et 2 cubes de haut. Puis indique son volume.

1. Dessine le pavé droit sur papier quadrillé ou en perspective, puis écris le calcul.
   .....

5 Calculer des volumes de pavés droits ★★☆

Calcule le volume de chaque pavé droit rempli de cubes de 1 cm d'arête.

1. Longueur : 5 cubes ; largeur : 2 cubes ; hauteur : 3 cubes. .....
2. Longueur : 4 cubes ; largeur : 4 cubes ; hauteur : 2 cubes. .....
3. Longueur : 6 cubes ; largeur : 1 cube ; hauteur : 3 cubes. .....

6 Vérifier des affirmations ★★☆

Indique si chaque affirmation est vraie ou fausse.

1. Un volume de 15 cubes unités peut s'écrire 15 cm^3 si chaque cube mesure 1 cm d'arête.
   .....
2. Pour trouver le volume d'un solide, il suffit de compter ses faces. .....
3. Un pavé droit de 2 × 3 × 4 cubes contient 24 cubes. .....
4. Deux solides de même volume ont forcément la même forme. .....

7 Additionner des couches différentes ★★★

Calcule le volume en tenant compte des couches décrites.

1. La couche du bas contient 9 cubes. La couche du haut contient 5 cubes. .....
2. Un bloc complet de 3 × 3 × 2 cubes contient un trou de 1 cube. .....
3. Une construction a trois couches : 6 cubes, puis 6 cubes, puis 2 cubes. .....

8 Expliquer un calcul de volume ★★★

Rédige une phrase pour expliquer chaque calcul.

Un pavé droit mesure 4 cubes de long, 2 cubes de large et 3 cubes de haut. Son volume est 24 cm^3.

Une construction possède une couche de 7 cubes et une autre couche de 4 cubes. Son volume est 11 cm^3.

Évaluation

Lis attentivement chaque situation, calcule lorsque c'est nécessaire et écris les unités de volume.

Barème : 20 points

1. Complète : le volume d'un cube de 1 cm d'arête est 1 ... . / 2
2. Un assemblage comporte 4 couches identiques de 3 cubes. Calcule son volume. ..... / 3
3. Calcule le volume d'un pavé droit de 5 cubes de long, 2 cubes de large et 2 cubes de haut. ..... / 4
4. Un bloc de 4 × 2 × 2 cubes a 3 cubes retirés. Calcule le volume restant. ..... / 4
5. Indique si l'affirmation est vraie ou fausse : « 18 cm^2 est une unité de volume. » ..... / 2
6. Une construction a une première couche de 8 cubes et une deuxième couche de 5 cubes. Explique et calcule son volume. ..... / 5

Les astuces de Nova

Le test de la boîte
Nova te propose une question : « Combien de petits cubes peut-on ranger dedans ? » Si cette question convient, tu cherches un volume.

Le petit ^{3}
Pense aux trois directions d'un solide : longueur, largeur, hauteur. Trois directions, donc une unité avec un petit ^{3}.

La ronde des couches
Avant tout calcul, fais tourner le solide dans ta tête : regarde le fond, l'arrière et le dessus pour ne pas oublier de cubes cachés.

Pour aller plus loin sur exercices-cm2.fr

- **Toutes les fiches de Mathématiques CM2** · /mathematiques/
- **Le périmètre en CM2** · /mathematiques/grandeurs-mesures/perimetre-cm2/
- **Les solides en CM2** · /mathematiques/espace-geometrie/solides-cm2/